Direction régionale de l'éducation Tunis 1	**Devoir de Contrôle n° : 3** **Mathématiques**	**Année scolaire** **2017/2018**
Lycée : El Montazeh **El Mourouj 2**	**Durée : 2H**	**Classe : 4 ème Sc-Exp 2**
Mr : Gary Badreddine	**Date : 26/03/2018**	**Coefficient :3**

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4, L'annexe est à rendre avec la copie.

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation

Exercice n°: 1 (6 pts)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
On donne les points $A(0,0,1)$, $B(1,0,1)$, $C(2,1,-1)$ et $I(-2,1,2)$.

1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
   b) Déduire que A,B et C déterminent un plan P dont une équation cartésienne est
   $P: 2y + z - 1 = 0$.
   c) Calculer l'aire du triangle ABC .
   d) En déduire la distance du point A à la droite (BC) .
   e) Déterminer les coordonnées du point H le projeté orthogonal du point I sur le plan P.
2) a) Montrer que les points A,B,C et I déterminent un tétraèdre .
   b) Calculer le volume du tétraèdre $IABC$.
3) Soit (S) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace vérifiant : $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4z + 3 = 0$.
   a) Montrer que (S) est une sphère de centre I et de rayon R que l'on déterminera.
   b) Montrer que P coupe (S) suivant un cercle $(\mathcal{C})$ de rayon r à déterminer et de centre H.

Exercice n°: 2 (7 pts)

Soit la fonction f définie sur $[-1,1]$ par : $f(x) = 4\sqrt{1-x^2}$.

1) a) Montrer que f est paire .
   b) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 1 .Interpréter le résultat.
   c) Dresser le tableau de variation de la fonction f.
   d) Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.(annexe 1)
2) Soit la fonction g définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ par : $g(x) = \int_0^{\sin(x)} f(t)dt$.
   a) Montrer que g est dérivable sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$. Et déterminer sa fonction dérivée.
   b) En déduire que $g(x) = 2x + \sin(2x)$.
3) a) Calculer $g\left(\frac{\pi}{2}\right)$.
   b) En déduire l'aire de la partie du plan limité par$(\mathcal{C}_f)$ l'axe des abscisses et les droites $x = 1$ et $x = -1$.
4) On note (S) le solide de révolution obtenu par la rotation de $(\mathcal{C}_f)$ autour de l'axe $(O,\vec{i})$. Calculer le volume de la partie de (S) limité par les droites $x = 0$ et $x = 1$.

Exercice n°: 3 (7 pts)

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x^2 + 1 - ln(x)$.

1) Dresser le tableau de variation de g .
2) En déduire le signe de $g(x)$ pour $x \in]0;+\infty[$.
3) Déterminer la primitive G de g sur qui s'annule en 1.

Partie B

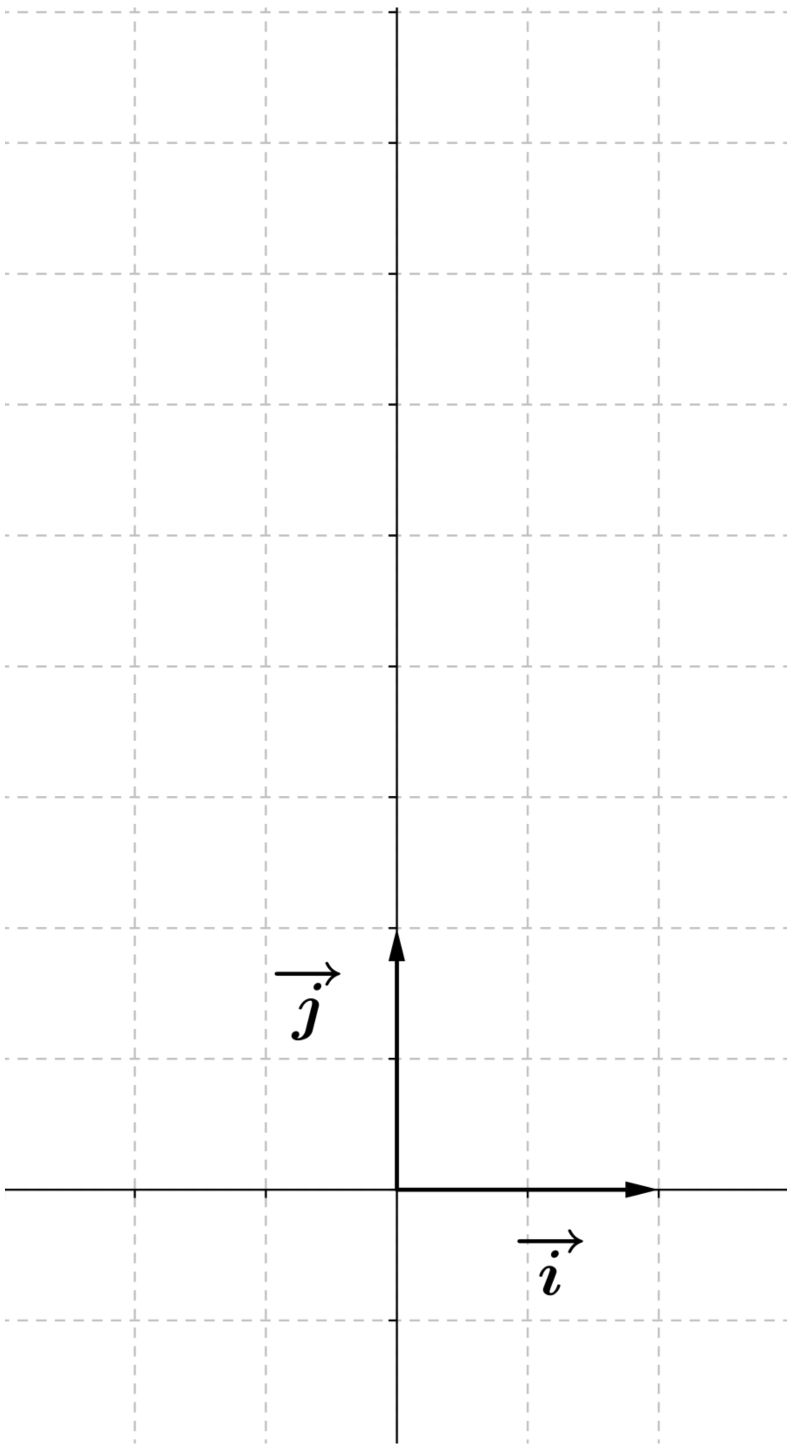
Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{\ln(x)}{x}$ et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ d'unité 2 cm.

1) a) Montrer que pour tout $x \in]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
   b) Dresser le tableau de variation de f .
   c) Montrer que l'équation $f(x) = 3$ admet une unique solution $x_0 \in \left[2;\frac{5}{2}\right]$.
2) a) Démontrer que la droite D: $y = x + \frac{1}{2}$ est une asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $(+\infty)$.
   b) Etudier la position de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à la droite D.
   c) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point 1 .
   d) Tracer $(\mathcal{C}_f)$, D et T dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ d'unité graphique 2 cm. (annexe 2)

   e) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et la droite D et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

Nom **Prénom**

(annexe 1)



(annexe 2)