

Direction régionale de l'éducation Tunis 1	<u>Devoir de Synthèse n° : 1</u> Mathématiques	Année scolaire 2017/2018
Lycée : El Montazeh El Mourouj 2	Durée : 2H	Classe : 4^{ème} éco & gestion
Mr : Gary Badreddine	Date : 24/01/2018	Coefficient : 2

Nom

Prénom

Exercice n°: 1 (3 pts)

Cocher la réponse exacte

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $(x) = x^3 + x - \frac{1}{\sqrt{x}}$.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ est :

a. $+\infty$	b. $-\infty$	c. 0
---------------------	---------------------	---------------

2. la fonction dérivée f' de f sur $]0, +\infty[$ est donnée par :

a. $f'(x) = 3x^2 + 1 + \sqrt{x}$	b. $f'(x) = 3x^2 + 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$	c. $f'(x) = 3x^2 + 1 + \frac{1}{2x\sqrt{x}}$
---	--	---

3. une primitive F de f sur est donnée par :

a. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - 2\sqrt{x}$	b. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 2\sqrt{x}$	c. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{x}$
--	--	---

Exercice n°: 2 (5 pts)

1. Soit la fonction f définie sur $[2, +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{x-2} + 1$.
Calculer $f(2), f(3)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. Vérifier que f est dérivable sur $]2, +\infty[$ et calculer $f'(x)$.

3. a. Dresser le tableau de variations de la fonction f .

b. En déduire que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $[1, +\infty[$.

4. a. Montrer que : $f^{-1}(x) = x^2 - 2x + 3$.

b. Calculer de deux manières $(f^{-1})'(2)$.

5. Tracer dans un même repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) les courbes représentatives de f et f^{-1}

Exercice n°: 3 (6 pts)

On considère la matrice carré M suivante $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Calculer le déterminant de M . En déduire que M est inversible .
2. Montrer que $M^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.
3. On considère le système linéaire suivante $S : \begin{cases} y + 2z = 5 \\ -x + 3y = 2 \\ x - 2y + z = -2 \end{cases}$.
 - a. Donner l'écriture matricielle du système S .
 - b. Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système S .

Exercice n°: 4 (6 pts)

La courbe ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur $[-1,1]$ (voir annexe page 3)

1. On utilisant le graphique ; déterminer :
 - a. $f(0)$; $f'_d(1)$ et $f'_g(-1)$.
 - b. le tableau de variations de la fonction f .
 - c. Montrer que la fonction f est une bijection de $[-1,1]$ sur $[\frac{2}{3}, 2]$.
On note f^{-1} la fonction réciproque de f .
2. La fonction représentée ci-dessous a pour expression $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+x+1}$, $x \in [-1,1]$.
 - a. Vérifier que f est dérivable sur $[-1,1]$ et que $f'(x) = \frac{x^2-1}{(x^2+x+1)^2}$.
 - b. Soit T la tangente à la courbe au point d'abscisse 0 . Montrer que T a pour équation : $y = -x + 1$.
3.
 - a. Montrer que f^{-1} est dérivable en 1 et calculer $(f^{-1})'(1)$.
 - c. Etudier la dérivabilité de f^{-1} en $\frac{2}{3}$ et 2 .

