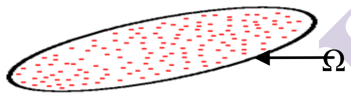
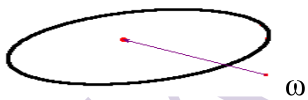
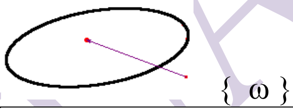
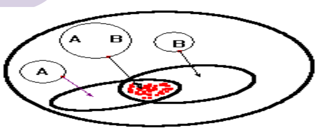
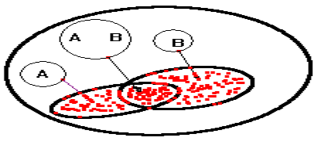
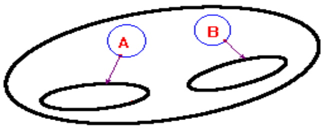
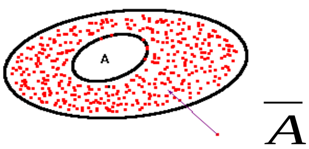
PROBABILLITE SUR UN EMSEMBLE FINI

1/ DENOMBREMENT : Soient n et p deux entiers naturelles ; si on tire p jetons d'un sac qui contient n jetons .

Type de tirage	simultané	Successif	
		Sans remise	Avec remise
Card (Ω)	$C_n^p = \frac{n!}{p!.(n-p)!}$ $p \le n$ Le nombre des parties de p éléments pris d'un ensemble à n éléments distincts.	$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$ $p \le n$ Le nombre des p- uplets pris d'un ensemble à n éléments distincts.	n^p Le nombre d'application d'un ensemble à p éléments dans un ensemble à n éléments.
Ordre	L'ordre n'intervient pas	On tient compte de l'ordre	On tient compte de l'ordre
Répétition	Sans répétition	Sans répétition	Avec répétition

2/ VOCABULAIRES :

Symboles	Graphique	Langage ensembliste	Langage probabiliste
Ω		Ensemble global	Univers ; l'ensemble de tous les cas possibles
$\omega \in \Omega$		ω est un élément de Ω	ω est cas possible ou éventualité
$\{\omega\} \subset \Omega$		{ ω } est un singleton de Ω	{ ω } est un événement élémentaire
$A \subset \Omega$		A est une partie de Ω	A est un événement
$\varnothing \subset \Omega$		Ensemble vide	Evénement impossible
$A \subset \Omega$ et $B \subset \Omega$		A ∩ B est l'ensemble d'intersection de A et B	A ∩ B est l'événement (A et B)
$A \subset \Omega$ et $B \subset \Omega$		A ⋃ B est l'ensemble réunion de A et B	A ⋃ B est l'événement (A ou B)
$A \subset \Omega$ et $B \subset \Omega$ Tel que : $A \cap B = \varnothing$		A et B sont deux ensembles disjoints	A et B événements incompatibles
$A \subset \Omega$		C_Ω^A noté aussi $\overline{A}$ ensemble complémentaire de A dans Ω	$\overline{A}$ est l'événement contraire de A

II/ PROBABILLITE SUR UN EMSEMBLE FINIE

1/ DEFINITION : Soit Ω un ensemble fini. On note P (Ω) l'ensemble des parties de Ω. On appelle probabilité définie sur P (Ω) toute application P définie par :

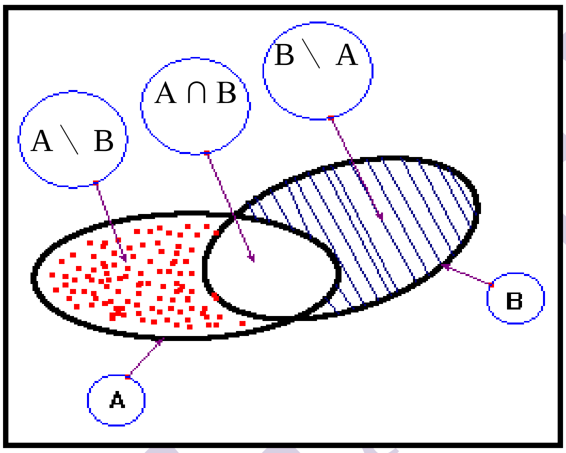
$$P : P(\Omega) \longrightarrow [0, 1] \quad \text{vérifiant :}$$

$P(\Omega) = 1$.

Pour tout couple (A , B) $\in$ P (Ω) x P (Ω) tel que $A \cap B = \emptyset$ on a :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

2/ PROPRIETES :



$P(\emptyset) = 0$

Soient A et B deux événements. On a :

$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

$P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Si $A_1, A_2, \dots, A_k$ sont des événements deux à deux disjoints, on a :

$p(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k) = p(A_1) + p(A_2) + \; + \; p(A_k)$

3/ EQUIPROBABILITE :

a/ <u>Définition :</u>

Soit (Ω ; P (Ω) ; P) un espace probabilisé

On dit que P une probabilité uniforme ou équiprobabilité si et seulement si tous les événements élémentaires ont la même probabilité (sont équiprobable)..

b/ <u>Propriétés :</u> Soit (Ω ; P (Ω) ; P) un espace probabilisé ;

On pose Card (Ω) = n ($n \in IN^*$) . Si P une probabilité uniforme alors on a :

- Pour tout événement élémentaire { ω }, on aura : $P(\{\omega\}) = \dfrac{1}{n}$
- Pour tout événement A $\subset \Omega$; on a: $P(A) = \dfrac{card(A)}{card(\Omega)}$

<u>Remarque :</u> Chaque fois qu'on dit « on tire au hasard » cela signifie que l'univers Ω est muni d'une probabilité uniforme.

4/ Evènements indépendants :

Deux événements A et B d'un même univers sont indépendants si et seulement si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$