Direction régionale de l'éducation de Tunis 1	Devoir de Synthèse n° : 2 Mathématiques	Année scolaire 2017/2018
Lycée : El Mourouj 2	Durée : 3H	Classe : 4ème SC-EXP 1
Mr : Gary Badreddine	Date : 11/05/2018	Coefficient : 3

L'utilisation de calculatrice est autorisée

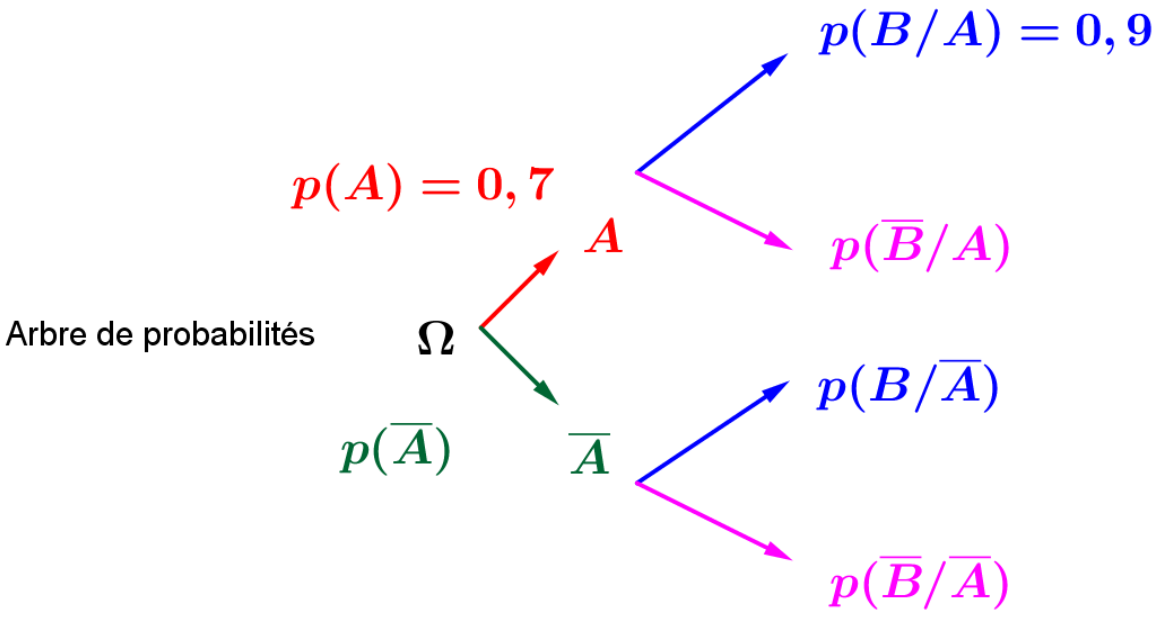
Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.La page 1/4 et 4/4 à rendre avec les copies.

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation de la copie.

Exercice n° 1 :(3 pts)

Chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est correcte . Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

1. Soit A et B deux événements indépendants d'un même univers E tels que $p(\overline{A}) = 0,6$ et $p(A \cup B) = 0,8$. la probabilité de l'événement B est égale à : **a)** $\frac{2}{5}$ **b)** $\frac{2}{3}$ **c)** $\frac{1}{2}$
2. Le choix d'un réel x de l'intervalle $[-1,5]$ se fait suivant la loi uniforme . La probabilité pour que l'on ait $|x| \geq \frac{1}{2}$ est égale à : **a)** $\frac{5}{6}$ **b)** $\frac{1}{6}$ **c)** $\frac{1}{2}$
3. Si X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètre 10 et $\frac{1}{4}$ alors $P(X < 10)$:
   a) $(\frac{3}{4})^{10}$ **b)** $(\frac{1}{4})^{9}$ **c)** $1 - (\frac{1}{4})^{10}$
4. Pour une loi exponentielle de paramètre λ, $(\lambda > 0)$, la densité de probabilité est une solution de l'équation différentielle : **a)** $y'' + \lambda^2 y = 0$ **b)** $y' + \lambda y = 0$ **c)** $y' - \lambda y = 0$
5. Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre de probabilités tels que $p(B) = 0,87$.
   a) $p(A \cup B) = 0,75$ **b)** $p(B/\overline{A}) = 0,8$ **c)** $p(A \cap B) = 0,63$



Exercice n° 2 :(3 ,5 pts)

Dans une région de $1000\ m^2$, la superficie Y des terrains urbanisés entre les années 1984 et 2012 est donnée par le tableau suivant :

Année	1984	1988	1992	1996	2000	2004	2008	2012
Rang de l'année X	1	5	9	13	17	21	25	29
Superficie Y en Km²	80	94	100	129	152	178	205	236

On donnera toutes les valeurs arrondies à 10^{-3}.

1. **a.** Déterminer le coefficient de corrélation $r_{x\,y}$ .Interpréter le résultat.
   b. Déterminer une équation de la droite de régression Δ de Y en X .
   c. Donner une estimation (E_1) de la superficie des terrains urbanisés en 2018 .
2. On pose $Z = \ln(Y)$.
   a. Déterminer le coefficient de corrélation $r_{x\,z}$ .Interpréter le résultat.
   b. Déterminer une équation de la droite de régression Δ' de Z en X.
   c. Donner à l'aide de Δ' une estimation (E_2) de la superficie des terrains urbanisés en 2018 .
3. Interpréter les valeurs de (E_1) et (E_2) .

Exercice n° 3 :(4,5 pts)

Partie A

Un commerçant dispose dans sa boutique d'un terminal qui permet à ses clients s'ils souhaitent régler leurs achats par carte bancaire , d'utiliser celle –ci en mode sans contact (quand le montant de la transaction est inférieure ou égale à 100^D) ou bien en mode code secret (quel que soit le montant de la transaction).

Il remarque que :

- 80 % de ses clients règlent des sommes inférieures ou égales à 100^D .Parmi eux :
  - ✓ 40 % paient en espèces .
  - ✓ 40 % paient avec une carte bancaire en mode code secret .
- 20 % de ses clients règlent des sommes strictement supérieures à 100^D .Parmi eux :
  - ✓ 70 % paient avec une carte bancaire en mode code secret .
  - ✓ Les autres paient en espèces .

On interroge au hasard un client qui vient de régler un achat dans la boutique.

On considère les évènements suivants :

- V : « pour son achat , le client a réglé un montant inférieure ou égal à 100^D » ;
- E : « pour son achat , le client a réglé en espèce » ;
- C : « pour son achat , le client a réglé avec sa carte bancaire en mode code secret » ;
- S : « pour son achat , le client a réglé avec sa carte bancaire en mode sans contact » .

1. **a.** Donner la probabilité de l'évènement , notée $p(V)$, ainsi que la probabilité de S sachant V notée $p(S/\,V)$.
   b. Traduire la situation de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré .
2. **a.** Calculer la probabilité que pour son achat , le client ait réglé un montant inférieur ou égal **à** 100^D et qu'il ait utilisé sa carte bancaire en mode sas contact.
   b. Montrer que la probabilité de l'événement : « pour son achat le client a réglé avec sa carte bancaire en utilisant l'un des deux modes » est égale à 0,62 .

Partie B

On choisit 25 clients de manière indépendante .Soit X la variable aléatoire égale au nombre de clients règlent des sommes inférieures ou égales à 100^D.

1. Donner la loi de probabilité de X .
2. Déterminer la probabilité que au moins 2 clients règlent des sommes inférieures ou égales à 100^D.
3. Calculer $E(X)$ et $V(X)$.

Exercice n° 4 :(3 pts)

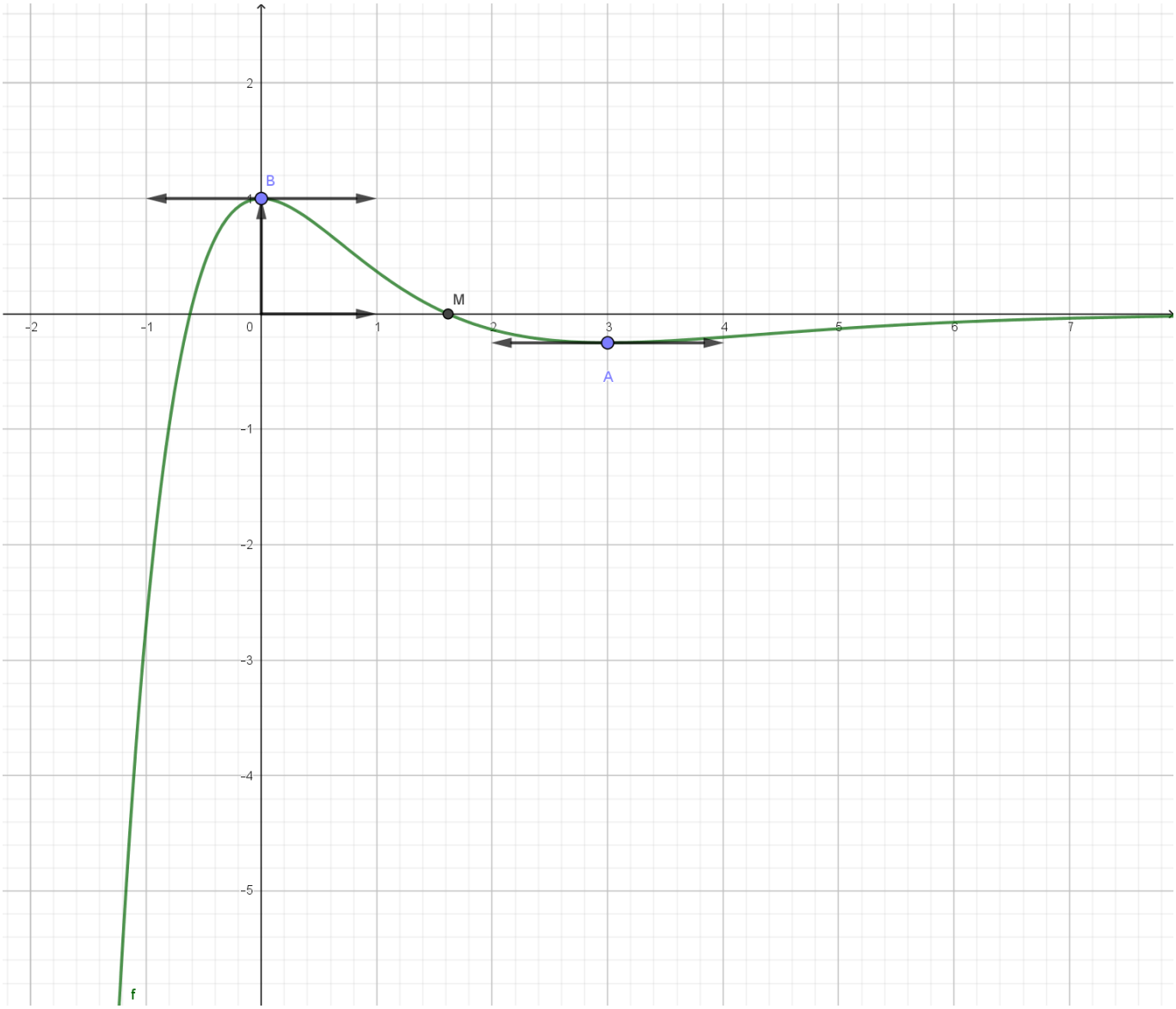
Soit l'équation différentielle (E) : $y' + 2y = (\tan(x))e^{-2x}$; $x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

1. Soit g la solution de (E) tel que $g(0) = 0$. On pose $f(x) = g(x)\, e^{2x}$.
   a. Montrer que : $f'(x) = \tan(x)$; $x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.
   b. En déduire l'expression de $f(x)$ puis $g(x)$.
2. a. Montrer que h est la solution de (E) si et seulement si $(h - g)$ est une solution de l'équation $y' + 2y = 0$.
   b. En déduire une solution générale h de (E) .

Exercice n° 5 :(6 pts)

Sur la figure de l'annexe la courbe (Γ) d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ .La courbe (Γ) admet :

- une asymptote horizontale d'équation $y = 0$ au voisinage de $+\infty$.
- Une branche infinie parabolique de direction $(o, \vec{j})$ au voisinage de $-\infty$.
- Une tangente horizontale au point $A(3, f(3))$.
- Une tangente horizontale au point $B(0,1)$.

1. En utilisant le graphique :
   a. Donner : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$.
   b. Dresser le tableau de variation de f .
2. Soit $g(x) = f(x)$, $x \in [0,3]$.
   Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on ne cherchera pas à déterminer et tracer $(C_{g^{-1}})$.
3. On suppose que : $f(x) = e^{-x}(\mathrm{ax} + \mathrm{b} - \mathrm{x}^2)$ ou (a et b deux réels).
   a. Montrer que : $a = b = 1$.
   b. Pour $x \in [0,3]$, (Γ) coupe l'axe des abscisses en un point $M(0, \alpha)$. Montrer que $\alpha \in [1.6, 1.7]$.
4. Soit $I = \int_0^{\alpha} e^{-x}(1 - 2x)dx$.
   a. Montrer que : $I = e^{-\alpha}(1 + 2\alpha) - 1$.
   b. Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) + f'(x) = e^{-x}(1 - 2x)$.
   c. En déduire : $\int_0^{\alpha} f(x)dx$.
5. Calculer l'aire de la région du plan limité par (C_g) et $(C_{g^{-1}})$, l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées .

Nom : **Prénom :**