I) Rappels et compléments :

-1- Définition et opérations sur les nombres complexes:

a) Rappel

1. $i^2 = -1$
2. $z = x + iy \quad x = \mathcal{R}(z) \quad et \quad y = \mathcal{I}m(z)$
3. $z = 0$ *équivaut* $x = 0$ *et* $y = 0$ *tel que* $x \in \mathbb{R}$ *et* $y \in \mathbb{R}$
4. $z = x + iy$ *et* $z' = x' + iy'$ $z = z'$ *équivaut* $x = x'$ *et* $y = y'$

a) $z + z' = (x + x') + i(y + y')$.

b) $z - z' = (x - x') + i(y - y')$.

c) $z.z' = (xx' - yy') + i(xy' + x'y)$.

d) $\dfrac{1}{z'} = \dfrac{x'}{x'^2 + y'^2} + i\dfrac{-y'}{x'^2 + y'^2}$.

e) $\dfrac{z}{z'} = \dfrac{xx' + yy'}{x'^2 + y'^2} + i\dfrac{yx' - xy'}{x'^2 + y'^2}$.

5. $(x + iy).(x - iy) = x^2 + y^2$.
6. $(x + iy)^2 = x^2 - y^2 + 2ixy$.
7. $(x - iy)^2 = x^2 - y^2 - 2ixy$.
8. $z.z' = 0$ *équivaut* $z = 0$ *ou* $z' = 0$.
9. $i^{4n} = 1$, $i^{4n+1} = i$, $i^{4n+2} = -1$, $i^{4n+3} = -i$.

b) Activité 1 P 6

Déterminer l'écriture cartésienne de chacun des nombres complexes ci-dessous.

$(2 - 2i)(1 + i)^2$=

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

$(-\sqrt{2}-i\sqrt{3})(\sqrt{2}+i\sqrt{3}) =$

$(1+i)^4(1-i)^{20} =$

Remarque

$(1+i)^2 = 2i$, $(1-i)^2 = -2i$, $(1+i)(1-i) = 2$.

Rappel

$(z+z')^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \, z^{n-k} z'^{\,k}$, $(z-z')^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \, (-1)^k \, z^{n-k} z'^{\,k}$ (***Formule de binôme***).

Activité

Calculer :$(3+2i)^5 =$

$(1-2i)^4 =$

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

c) Conjugué d'un nombre complexe

Retenons

soit $z = x + iy$ *, où* $x \in \mathbb{R}$ *et* $y \in \mathbb{R}$ *,* **le conjugué** *de* z *est le nombre complexe* $\bar{z} = x - iy$.

$z = x + iy$; $\bar{z} = x - iy$ et $\bar{\bar{z}} = z$	$\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z'}$
$\overline{z.z'} = \bar{z}.\bar{z'}$	$\overline{z^n} = \bar{z}^n$
$\overline{\left(\frac{1}{z'}\right)} = \frac{1}{\bar{z'}}$ avec $z' \neq 0$	$\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z'}}$ avec $z' \neq 0$

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

- $z = x + iy$, $z \in \mathbb{R}$ *équivaut* $\begin{cases} z = \bar{z} \\ M(z) \in (O, \vec{u}) \\ y = 0 \end{cases}$.
- $z = x + iy$, $z \in i\mathbb{R}$ *(imagimaire pure) équivaut* $\begin{cases} z = -\bar{z} \\ M(z) \in (O, \vec{v}). \\ x = 0 \end{cases}$
- $z \in \mathbb{C}$, $\mathcal{R}(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$ *et* $\mathcal{I}m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$.
- $z\bar{z} = x^2 + y^2$.

d) Activité 2 P 6

Soit les nombres complexes $z = -1 + 2i$ *et* $z' = i$.

1. Donner l'écriture cartésienne de z^2 et z^3 , ainsi que leurs conjugués.

   $z^2 =$

   $z^3 =$

   $\overline{z^2} =$

   $\overline{z^3} =$

2. Donner l'écriture cartésienne de zz', $(zz')^2$ et $(zz')^3$, ainsi que leurs conjugués.

   $zz' =$

   $\overline{zz'} =$

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

$(zz')^2 =$

$(\overline{zz'})^2 =$

$(zz')^3 =$

$(\overline{zz'})^3 =$

3. Donner l'écriture cartésienne de $\frac{z}{z'}$, $(\frac{z}{z'})^2$ et $(\frac{z}{z'})^3$, ainsi que leurs conjugués.

$\frac{z}{z'} =$

$\overline{(\frac{z}{z'})} =$

$\left(\frac{z}{z'}\right)^2 =$

$\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)^2} =$

$(\frac{z}{z'})^3 =$

$\overline{(\frac{z}{z'})^3} =$

-2- Affixe d'un point , affixe d'un vecteur

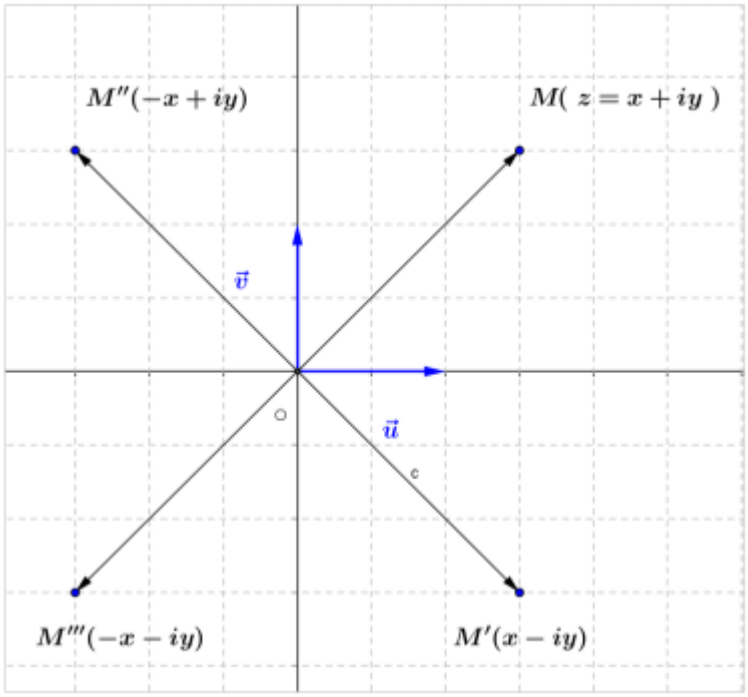
a) Représentation géométrique d'un nombre complexe

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

Retenons

Le plan est muni d'une repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

- *Affixe d'un point :* A *tout point* $M\,(x, y)$ *, on associe le nombre complexe* $z = x + i\,y$ *, appelé affixe du point* M *, noté* $M(z)$.
- *Affixe d'un vecteur : A tout vecteur* $\overrightarrow{W}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ *on associe le nombre complexe* $z = x + i\,y$ *appelé affixe du vecteur* $\overrightarrow{W}$ *, noté* $aff(\overrightarrow{W})$.
- $M \in (O, \vec{u})$ *équiveaut* z *est réel.*
- $M \in (O, \vec{v})$ *équiveaut* z *est imaginaire pur .*
- A *et B deux points d'affixes respectives* z_A *et* z_B *. alors l'affixe du vecteur* $\overrightarrow{AB}$ *noté :* $aff\,(\overrightarrow{AB}) = z_B - z_A$
- $M(z = x + i\,y)$, $S_{(O,\vec{u})}(M) = M'(\bar{z})$, $S_{(O,\vec{v})}(M) = M''(-\bar{z})$ *et* $S_O(M) = M'''(-z)$.



- *Pour tous vecteurs* $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *et tous réels* α *et* β *,*
  $aff(\alpha\,\vec{u}) = \alpha\,aff(\vec{u})$; $aff(\ \vec{u} + \vec{v}\ ) = aff(\vec{u}) + aff(\vec{v})$ *et*
  $aff(\ \alpha\,\vec{u} + \beta\vec{v}\ ) = \alpha\,aff(\vec{u}) + \beta\,aff(\vec{v})$
- I *est le milieu de* $[AB]$ *alors* $aff\ (I) = \frac{aff\,(A) + aff\,(B)}{2}$.
- G *le barycentre des points* (M, α) *et* (M', β) *a pour affixe*

www.tunisia-study.com

$aff(G) = \frac{\alpha\ aff\ (M)+\beta\ aff\ (M')}{\alpha+\beta}$ *avec* $\alpha + \beta \neq 0$.

- *G le centre de gravité du triangle ABC équivaut à* $aff(G) = \frac{aff\ (A)+aff\ (B)+aff\ (C)}{3}$.

P 1 : 1/ Soit $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *deux vecteurs tels que* $\vec{v}$ *est non nul.*

Les vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *sont colinéaires, si et seulement si ,* $\frac{z_{\vec{u}}}{z_{\vec{v}}}$ *est réel.*

2/ $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *sont deux vecteurs non nuls sont colinéaires ssi il existe un réel* $k \in \mathbb{R}$ *tel que* $\vec{u} = k\ \vec{v}$.

3/ $\vec{u}\binom{a}{b}$ *et* $\vec{v}\binom{a'}{b'}$ *sont colinéaires ssi* $det(\vec{u}\ ,\vec{v}) = 0$ *ssi* $ab' - a'b = 0$

P 2 : 1/ Soit $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *deux vecteurs tels que* $\vec{v}$ *est non nul.*

Les vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *sont orthogonaux, si et seulement si,* $\frac{z_{\vec{u}}}{z_{\vec{v}}}$ *est imaginaire pur .*

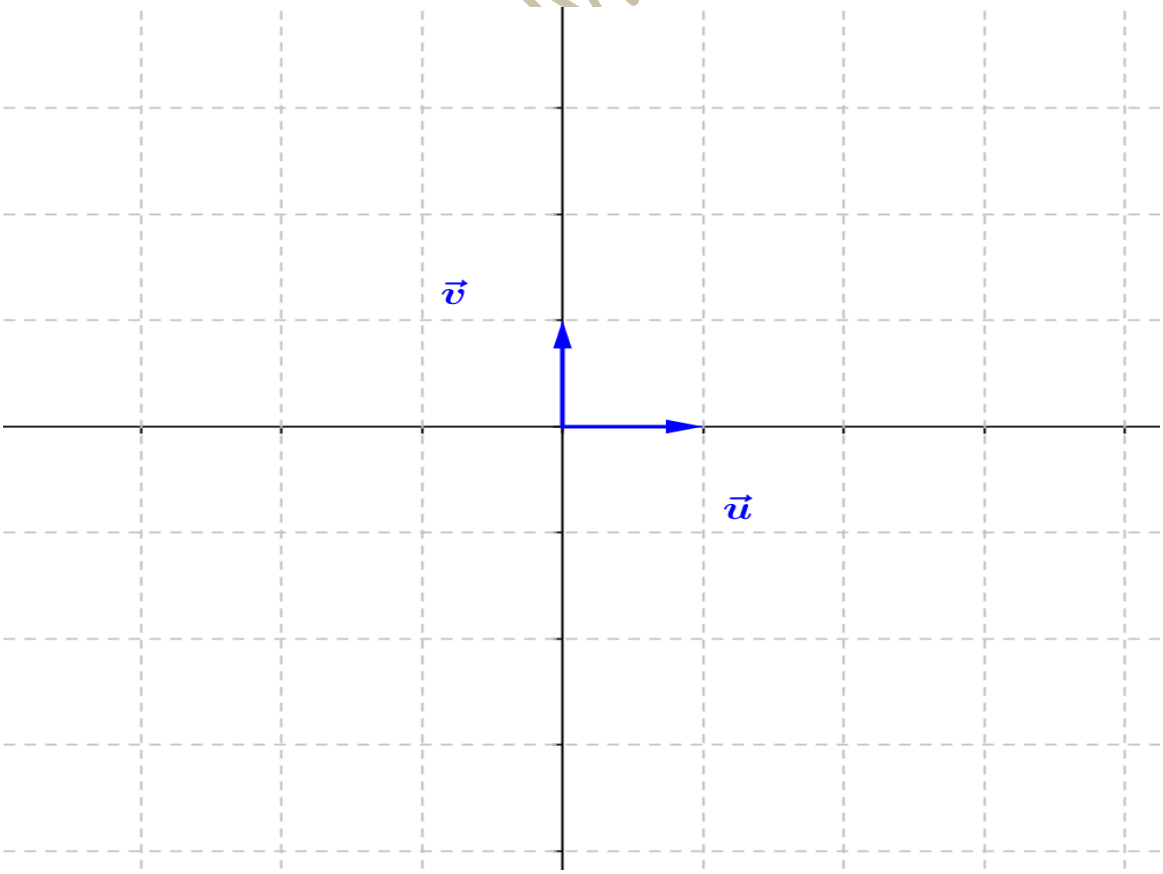
2/ $\overrightarrow{AB}\binom{a}{b}$ *et* $\overrightarrow{AC}\binom{a'}{b'}$ *sont orthogonaux ssi* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$ *ssi* $aa' + bb' = 0$

3/ ABC un triangle rectangle en A ssi $AB^2 + AC^2 = BC^2$

b) Activité 3 P 7

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1. Placer les points A,B et C d'affixes respectives $i, 1-3i, 1+2i$.



tn.com/GarryBadreddine

2. Donner les affixes de leurs symétriques par rapport à l'axe des abscisses.

3. Donner les affixes de leurs symétriques par rapport au point O.

4. Donner les affixes de leurs symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.

5. Donner les affixes des vecteurs $\overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC}$, $-\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

6. Déterminer l'affixe du centre de gravité du triangle ABC .

C) Exercice résolu 1 P 7

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Soit A et B les points d'affixes respectives $2 - 2i$ et $-1 + i$.

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

1. Montrer que les points O, A et B sont alignés.

2. Déterminer l'ensemble des points M d'affixe $z = k(2-2i)$, $k \in \mathbb{R}$.

Propriété P 8

Soit $\vec{w}$ et $\vec{w}_1$ deux vecteurs tels que $\vec{w}_1 \neq \vec{0}$.

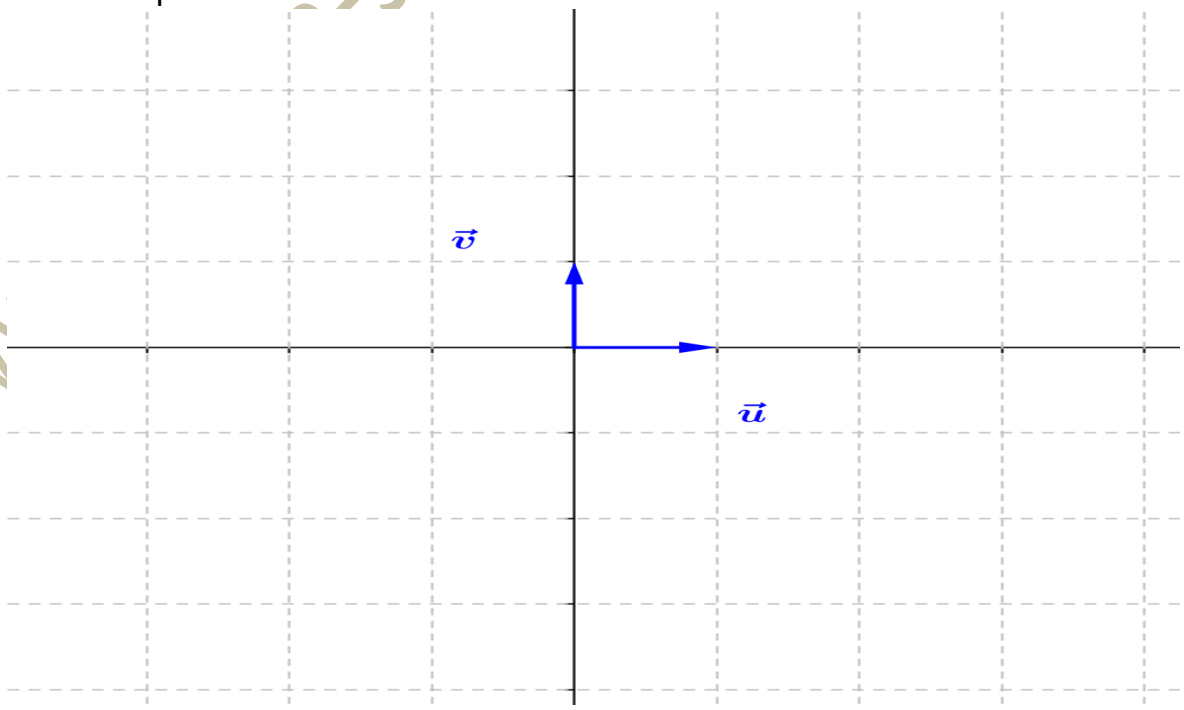
Les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{w}_1$ sont colinéaires ,si et seulement si, $\frac{z_{\vec{w}}}{z_{\vec{w}_1}}$ est réel.

d) Activité 4 P 8

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Soit A et B les points d'affixes respectives $1+2i$ et $i(1+2i)$.

1. Placer les points A et B.



www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

2. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont orthogonaux.

Propriété P 8

Soit $\overrightarrow{w}$ et $\overrightarrow{w}_1$ deux vecteurs tels que $\overrightarrow{w}_1 \neq \vec{0}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{w}$ et $\overrightarrow{w}_1$ sont orthogonaux ,si et seulement si, $\frac{z_{\overrightarrow{w}}}{z_{\overrightarrow{w}_1}}$ est imaginaire pur.

e) Exercice résolu 2 P 9

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Déterminer l'ensemble E des points M d'affixe z tels que $\frac{z-i}{z-1}$ soit imaginaire.

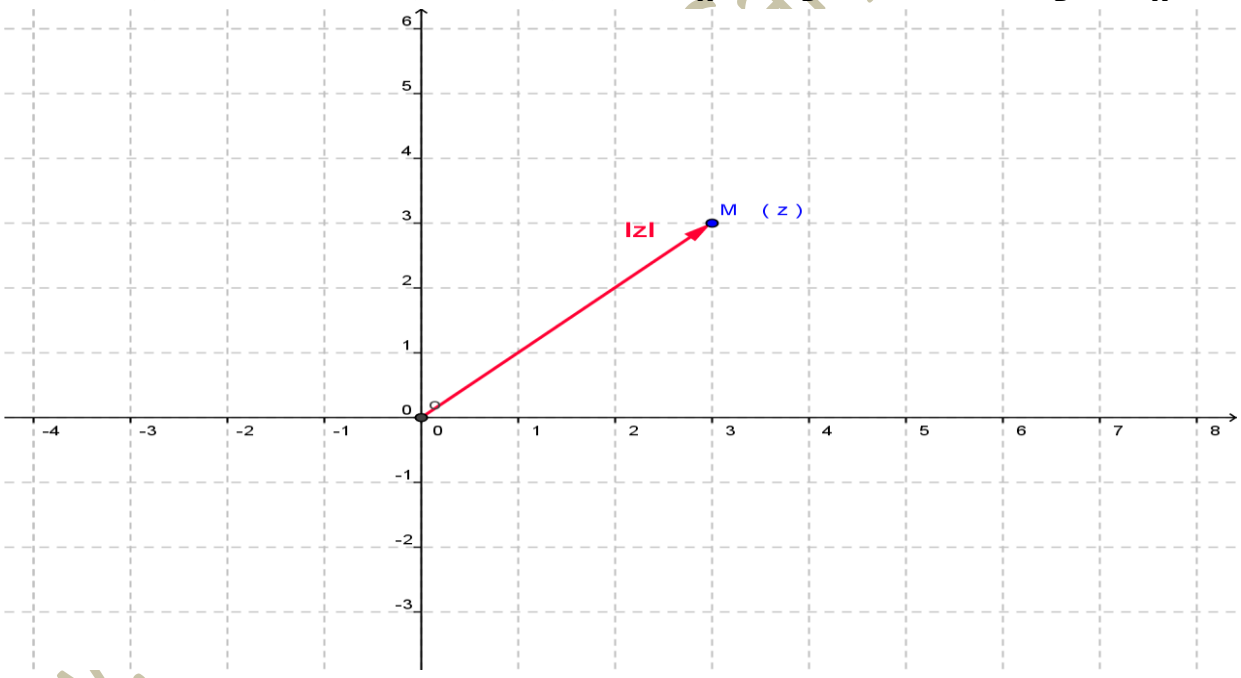
www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

-3- Module d'un nombre complexe

Retenons

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

- Soit $z = x + i\,y$ et $M(x, y)$ le point d'affixe z. On appelle module de z le réel positive , noté $|z|$, définie par $|z| = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{x^2 + y^2}$ = *OM* .
- *Pour tous points M et N d'affixes* z_M *et* z_N, $|z_N - z_M| = MN$.
- $|z| = 0$ $\acute{e}quivaut$ $z = 0$
- $|z| = |-z|$ =| $\bar{z}$ |=|$i\,z$|
- $\forall\, z \in \mathbb{C}^*$ $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z\,\bar{z}} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$
- $z = x$, $x \in \mathbb{R}$ $|z| = |x|$
- $z = iy$, $y \in \mathbb{R}$ $|z| = |y|$
- *Pour tous points A et B d'affixes respectives* z_A *et* z_B *on a : AB =* $|\ z_B - z_A\ |$



- *Pour tous nombres complexes* $z \in \mathbb{C}$ *et* z' $\mathbb{C}^*$ *et pour tout entier naturel non nul n on a :*

$|zz'| = |z||z'|$; $|z^n| = |z|^n$; $z\bar{z} = |z|^2$;

$\left|\frac{1}{z'}\right| = \frac{1}{|z'|}$; $\left|\frac{1}{z'^n}\right| = \frac{1}{|z'|^n}$; $\left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|}$ $(z' \neq 0)$

- *Pour tous nombres complexes z et z' et pour tout réel* λ , *on a :*
  $|\,z + z'| \leq |z| + |z'|$ *et* $|\lambda.z| = |\,\lambda|.|z|$

www.Mary Badreddine

a) Activité 5 P 9

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_B = 1 - i\sqrt{3}$.

Calculer OA , OB et AB.

b) Activité 6 P 9

Soit $z = 2 - i$ et $z' = -3 + 4i$.

1. Donner les écritures cartésiennes de $z + z'$; zz' ; $\frac{z}{z'}$; z^4 ;$(\bar{z}z')^2$.

2. Calculer les modules de $z + z'$; zz' ; $\frac{z}{z'}$; z^4 ;$(\bar{z}z')^2$.

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

c) Activité 7 P 10

Calculer les modules de $(1+i)^5$, $\frac{(1+i)^{11}}{(1-i)^6}$ et $(1-i)^5$.

d) Exercice résolu 3 P 10

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1. Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tels que $|z-1+2i| = 2$.

2. Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tels que

$$|z+2-i| = |\ \bar{z}-2+2i|.$$

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

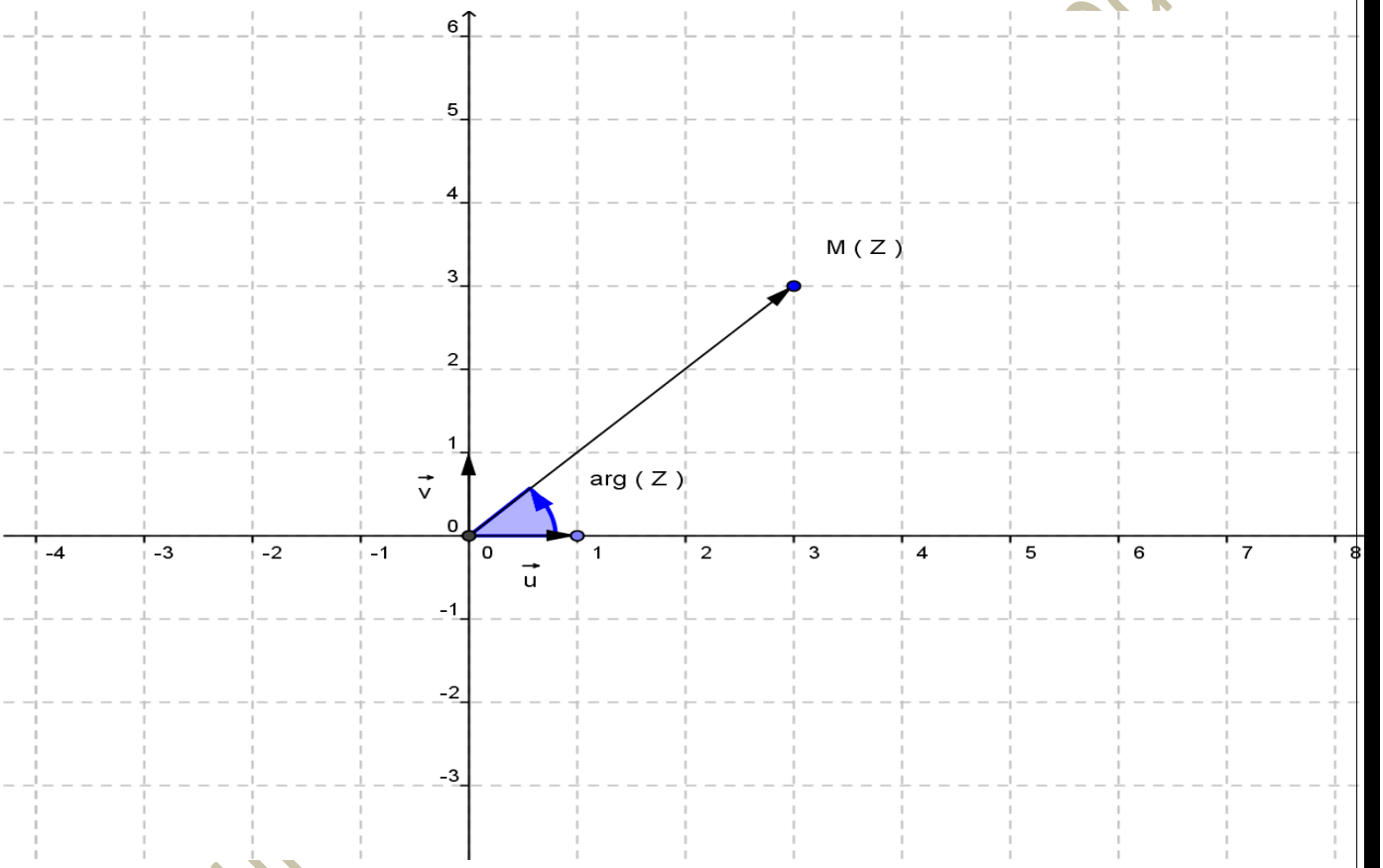
-4- Argument d'un nombre complexe non nul

Définition

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Soit z un nombre complexe non nul et M son image .On appelle argument de z

et on note $arg\ (z)$ toute mesure de l'angle $(\vec{u}, \overrightarrow{OM})$.



a) Activité 8 P 10

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1. Placer les points A,B,C et D d'affixes respectives $z_A = -i$; $z_B = 4$; $z_C = 2 + 2i$ et $z_D = -1 + i$ et déterminer, graphiquement, un argument de chacun de ces nombres complexes.

2. Soit A_1, B_1, C_1 et D_1 les symétriques respectifs de A,B,C et D par rapport à l'axe des abscisses. Déterminer un argument de chacun de leurs affixes.

3. Reprendre la question précédente pour les symétriques respectifs de A,B,C et D par rapport à O .

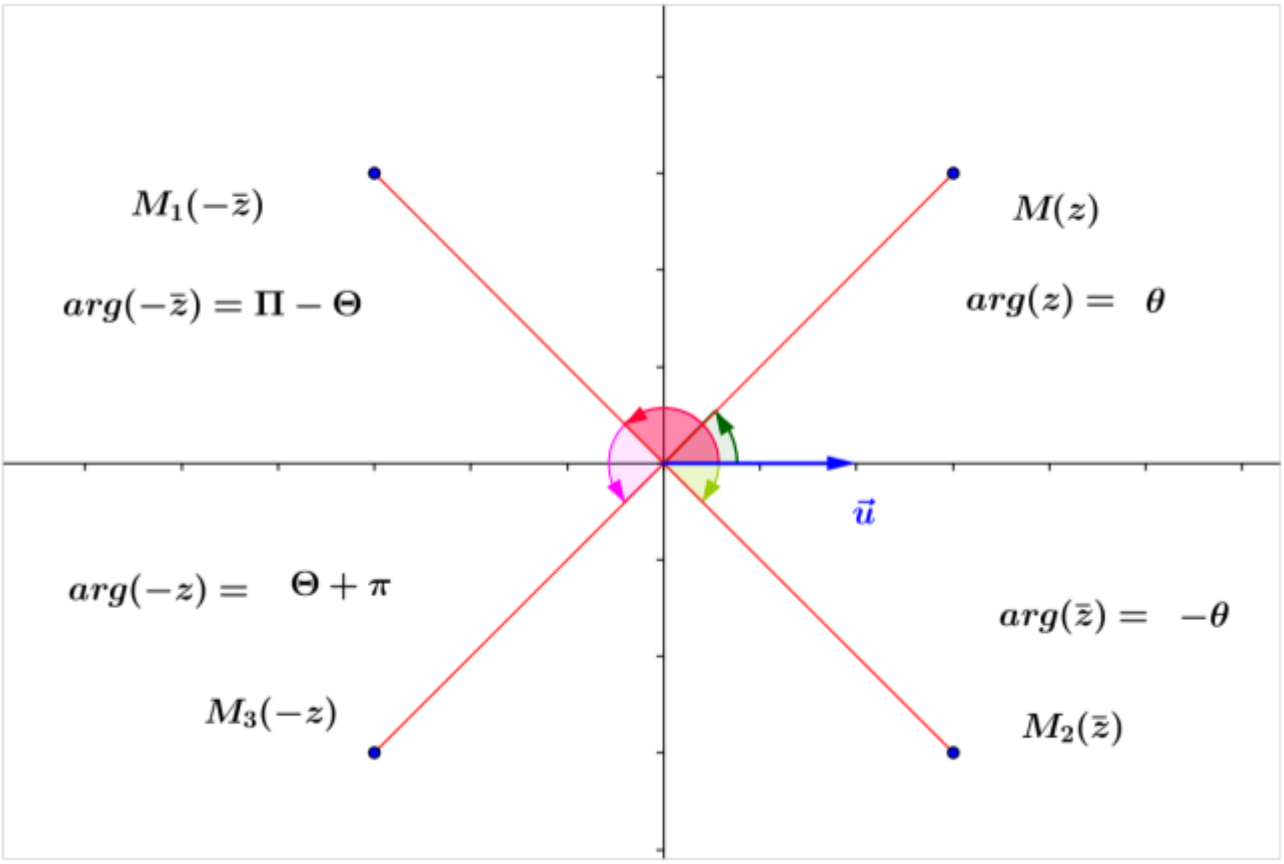
4. Reprendre la question précédente pour les symétriques respectifs de A,B,C et D par rapport à l'axe des ordonnées .

Propriétés

Soit z un nombre complexe non nul et k un réel non nul .

1) $arg\ (\bar{z}\ ) \equiv\ -arg\ (z)[2\pi]$.
2) $arg\ (-\ z) \equiv\ \pi\ +\ arg\ (z)[2\pi]$.
3) $Si\ \ k\ >\ 0\ \ alors\ arg\ (kz) \equiv\ arg\ (z)[2\pi]$.
4) $Si\ \ k\ <\ 0\ \ alors\ arg\ (kz) \equiv\ \pi +\ arg\ (z)[2\pi]$.

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine



-5- Ecriture trigonométrique

Définition

- Soit z un nombre complexe non nul tel que $arg(z) \equiv \theta[2\pi]$.Alors $z = |z|(cos\theta + i\ sin\theta)$. L'écriture précédente est appelée écriture trigonométrique de z.

Si M est l'image de z dans le repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ alors M appartient au cercle de centre O et de rayon $|z|$ et à la demi droite [OB) telle que $\left(\widehat{\vec{u}, \overrightarrow{OB}}\right) \equiv \theta[2\pi]$.

- Soit un nombre complexe non nul $= a + ib$,a et b des réels. $arg(z) \equiv \theta[2\pi]$,

Si et seulement si , $cos\ \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ et $sin\ \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

Rappel

$a\ cos\ x + b\ sin\ x = \sqrt{a^2 + b^2}\ cos(x - \theta)$, $cos\ \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ et $sin\ \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

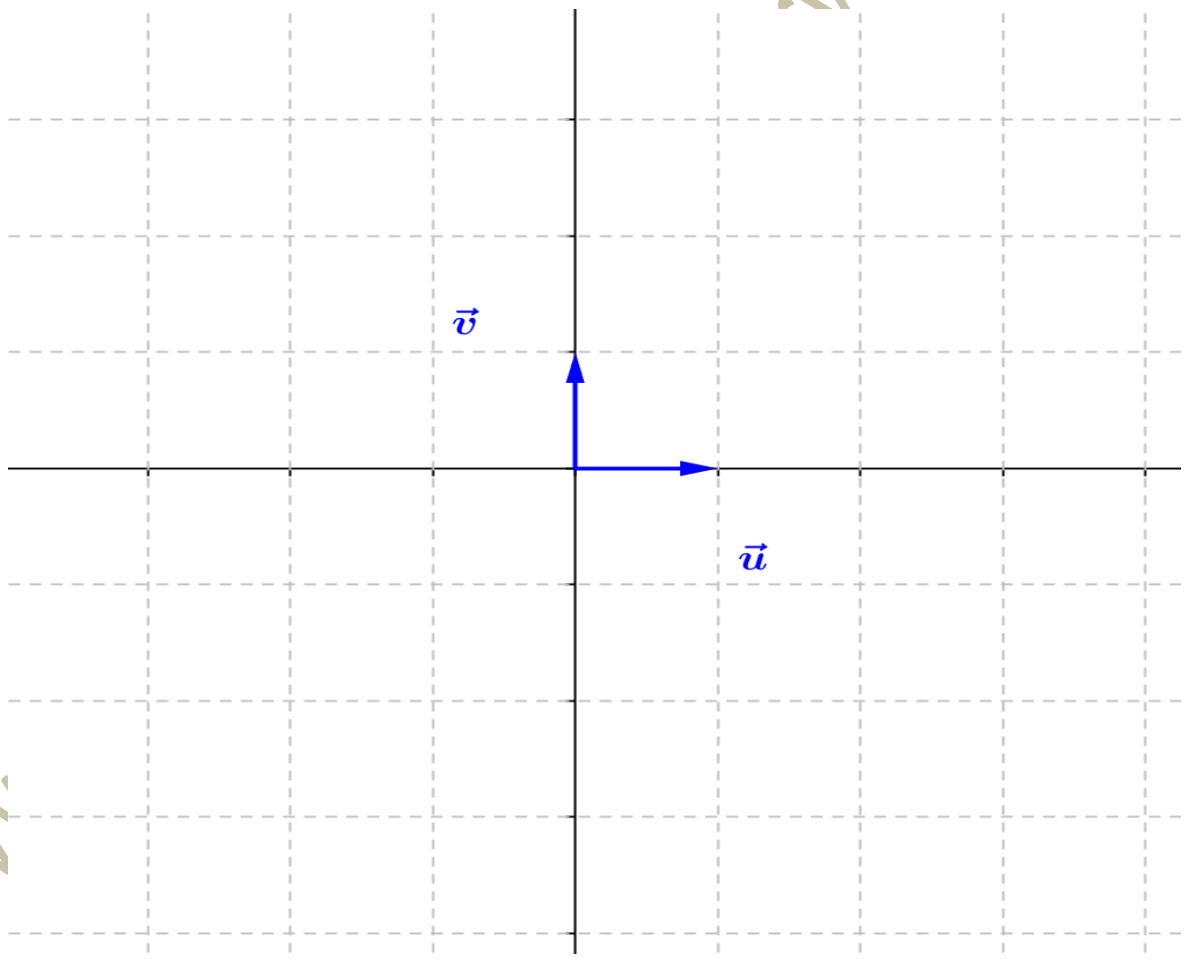
www.tunisia-study.com

a) Activité 10 P12

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.Soit $z = -2\sqrt{3} + 2i$.

1. Déterminer l'écriture trigonométrique de z et placer le point d'affixe z.

2. En déduire l'écriture trigonométrique de chacun des nombres complexes. $\bar{z}$, $-z$, $\frac{1}{2}z$ et $-\frac{3}{2}z$, puis placer leurs points images.



Badreddine

b) Activité 11 P12

Soit les nombres complexes $z = 1 + 9i$ et $z' = 2 - 8i$ .Donner une valeur approchée de leurs arguments à 10^{-2} prés.

c) Activité 12 P12

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.Donner l'écriture trigonométrique de chacun des nombres complexes $z_A = 4$, $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ et $z_C = 1 - i\sqrt{3}$.

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

-6- Propriétés d'un argument d'un nombre complexe non nul

a) Activité 13 P12

Soit z et z' deux nombres complexes non nuls tels que $z = |z|(cos\theta + i\ sin\theta)$.

$z' = |z'|(cos\theta' + i\ sin\theta')$.

1. Donner les écritures trigonométriques de z' , $\frac{1}{z}$ et $\frac{z'}{z}$.

2. a) Montrer par récurrence, sur l'entier naturel n, que

$z^n = |z|^n(\cos(n\theta) + i\ \sin(n\theta))$.

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

b) En déduire que pour tout entier naturel n,
$z^{-n} = |z|^{-n}(\cos(-n\theta) + i\sin(-n\theta))$

Propriétés

Soit z et z' deux nombres complexes non nuls .

- $arg(z\,z') \equiv arg\,(z) + arg(z')[2\pi]$.
- $arg\left(\frac{1}{z}\right) \equiv -arg\,(z)[2\pi]$; $arg\left(\frac{z'}{z}\right) \equiv arg\,(z') - arg\,(z)[2\pi]$
- $arg(z^n) \equiv n\,arg\,(z)[2\pi],\ n \in \mathbb{N}$; $arg\left(\frac{1}{z^n}\right) \equiv -n\,arg\,(z)[2\pi]$, $n \in \mathbb{N}$
- Soit un nombre complexe non nul $z = |z|(cos\theta + i\,sin\theta)$.
  Pour tout entier n , $z^n = |z|^n\,(cos\,n\theta + i\,sin\,n\theta)$.
  La formule précédente est appelée **formule de Moivre**.

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

b) Activité 14 P13

Donner l'écriture trigonométrique de chacun des nombres complexes ci-dessous.

$(1+i)^6 =$

$(1-i)^9 \frac{(\sqrt{3}+i)^5}{(\sqrt{3}-i)^8} =$

$(2\sqrt{3}-2i)^6(1+i\sqrt{3})^3 =$

II) Ecriture exponentielle d'un nombre complexe

a) Activité 1 P13

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.Soit les points A,B et C d'affixes respectives $z_A = i$, $z_B = \frac{1}{2}(\sqrt{3}+i)$ et $z_C = \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$.

1. Donner les écritures trigonométriques de z_A , z_B et z_C.

2. En déduire que les points A ,B et C appartiennent au cercle trigonométrique.

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

Notation

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Un point M appartient au cercle trigonométrique, si et seulement si ,M a pour affixe

$z = e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$, où $\theta \equiv \left(\widehat{\vec{u},\overrightarrow{OM}}\right)[2\pi]$.

Conséquences

- $e^{i\,0} = 1$, $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$, $e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$, $e^{i\pi} = -1$.
- *Pour tout réel* θ *et pour tout entier* k , $e^{i\theta} = e^{i(\theta+2k\pi)}$.
- *Pour tout réel* θ , $\left|e^{i\theta}\right| = 1$ *et* $\overline{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$ *et* $-e^{i\theta} = e^{i(\theta+\pi)}$.

b) Activité 2 P 14

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On donne les nombres complexes $z = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ *et* $z' = e^{i\frac{3\pi}{2}}$.

1. Donner le module et un argument de chacun des nombres complexes $-z\,;\bar{z}, zz'\,, \frac{1}{z}, \frac{z}{z'}$, *et* $z^n, n \in \mathbb{N}$.

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

2. Ecrire sous la forme $e^{i\theta}$ les nombres complexes $-z$; $\bar{z}, zz', \frac{1}{z}, \frac{z}{z'}$, $et\ z^n, n \in \mathbb{N}$

Propriétés

Soit deux réels $\theta\ et\ \theta'$.

$$e^{i\theta} \cdot e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')} \ ; \ \frac{1}{e^{i\theta}} = e^{-i\theta} \ ; \ \frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} = e^{i(\theta-\theta')} \ ; \ \left(e^{i\theta}\right)^n = e^{i\,n\theta} \ , n \in \mathbb{Z}$$

c) **Exercice résolu 4 P 14**

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère le nombre complexe $= 1 + i + e^{i\theta}$, $\theta \in [0,2\pi[$ et on désigne par E l'ensemble des points M du plan d'affixes z .

1. Vérifier que le point B d'affixes $z_B = 1 + 2i$ appartient à E.

2. Déterminer l'ensemble E.

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

Rappel

$cos(-\theta) = cos(\theta)$	$sin(-\theta) = -sin(\theta)$
$cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -sin(\theta)$	$sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = cos(\theta)$
$cos(\theta + \pi) = -cos(\theta)$	$sin(\theta + \pi) = -sin(\theta)$
$cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = sin(\theta)$	$sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = cos(\theta)$

d) Activité 3 P 15

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1. Donner les écritures trigonométriques de z_1=2i , $z_2 = -3i$, $z_3 = -\frac{5}{2}$ et $z_4 = \frac{-2\sqrt{3}+2i}{5}$.

2. Ecrire chacun des nombres complexes précédents sous la forme , $r\, e^{i\theta}$ avec $r > 0$.

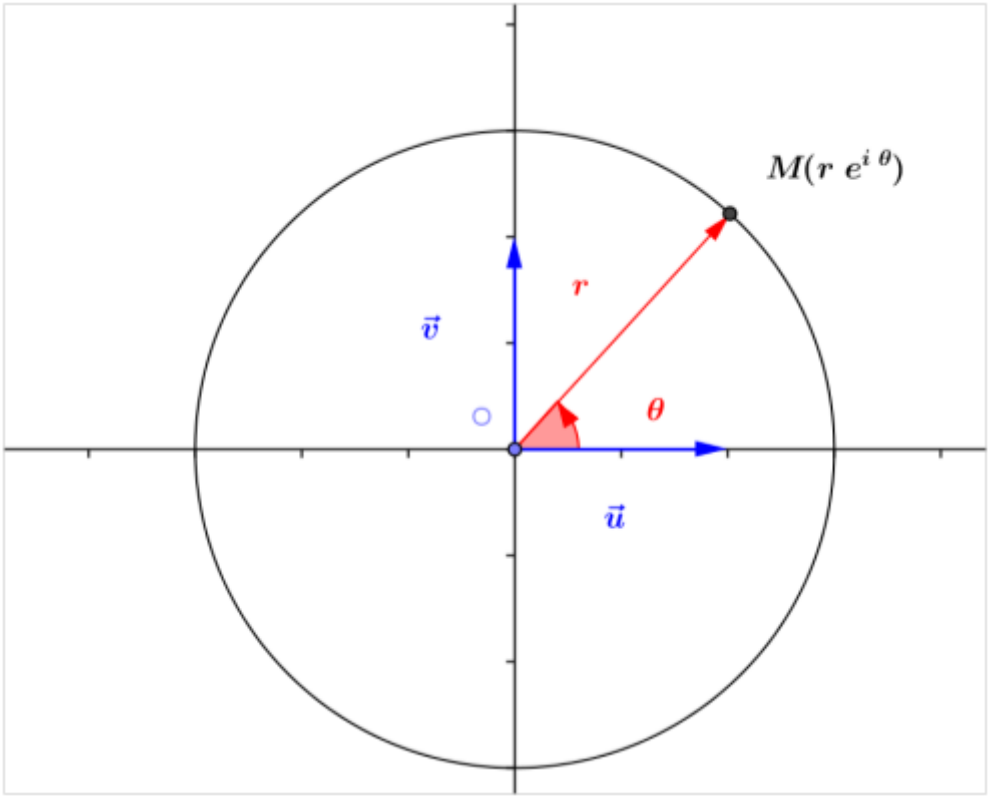
www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

Théorème et définition

Tout nombre complexe non nul , s'écrit sous la forme

$z = r\, e^{i\theta}$, où $r = |z|$ et $arg(z) \equiv \theta[2\pi]$.

L'écriture $z = r\, e^{i\theta}$ est appelée écriture exponentielle de z .



e) Activité 4 P 15

On considère les deux nombres complexes $z = \sqrt{3} + i$ et $z' = -1 + i$.

Donner l' écriture exponentielle des nombres complexes

z , $\bar{z}$, z' , $\overline{z'}$, zz' , $\frac{1}{z'}$, z^5, $\frac{z}{z'}$ et z'^2 .

f) Activité 5 P 15

1. Ecrire sous la forme exponentielle les nombres complexes $z = \sqrt{3} - i$ et $z' = 1 + i$

2. En déduire l'écriture cartésienne de $\frac{(1+i)^{14}}{(\sqrt{3}-i)^8}$.

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine

g) Activité 6 P 16

1. Vérifier que pour tout réel θ , $1 + e^{i\theta} = (e^{-i\frac{\theta}{2}} + e^{i\frac{\theta}{2}})e^{i\frac{\theta}{2}}$.

2. Donner l'écriture exponentielle des nombres complexes $z = 1 + e^{i\frac{2\pi}{5}}$ et $z' = 1 + e^{i\frac{3\pi}{5}}$.

III) Nombres complexes et trigonométrie

Théorème

Pour tout réel x et pour tout entier n ,

$(cos\ x + i\ sin\ x)^n = cos(nx) + i\ sin(nx).\ (Formule\ de\ Moivre).$

Pour tout réel x,

$cos\ x = \frac{e^{i\,x} + e^{-i\,x}}{2}$ et $sin\ x = \frac{e^{i\,x} - e^{-i\,x}}{2\,i}$. $(Formules\ d'Euler).$

Les formules de Moivre et d'Euler permettent d'établir un grand nombre de formules trigonométriques.

Elles permettent aussi d'exprimer des puissances de $cos\ x$ et $sin\ x$ à l'aide de $cos(nx)$ et $sin(nx)$.

www.tunisia-study.com/Gary Badredline

a) **Activité 3 P 17**

Linéariser cos^3x , sin^3x où x est un $réel$.

b) **Exercice résolu 5 P 16**

Linéariser sin^5x , où x est un $réel$.

www.tunisia-study.com/Gary Badreddine