Direction régionale de l'éducation : Tunis 1	Devoir de Contrôle n° : 1 Mathématiques	Année scolaire 2018/2019
Lycée : El Montazeh El Mourouj 2	Durée : 1H:30min	Classe : 4 ème éco & gestion
Mr : Gary Badreddine	Date : 05/11/2018	Coefficient : 2

Exercice n°: 1 (6 pts)

Soit la suite (U_n) définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = -2 \\ U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n - 1 \end{cases}$

1) a/ Calculer U_1 et U_2.

b/ Justifier alors que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) a/ Montrer par récurrence que pour tout $n \in IN$ on a : $U_n \rangle -3$.

b/ Montrer que la suite (U_n) est décroissante.

c/ En déduire que la suite (U_n) est convergente.

3) Soit la suite (V_n) définie sur IN par : $V_n = U_n + 3$.

a/ Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$.

b/ Calculer V_n en fonction de n et en déduire que $\forall n \in IN$, on a : $U_n = (\frac{2}{3})^n - 3$.

c/ Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

Exercice n°: 2 (6 pts)

Soient les deux matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 \\ -7 & -2 & -3 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1) a/ Montrer que A est inversible.

b/ Calculer la matrice $M = 2A + B + I_3$.

c/ Calculer $A \times M$ et en déduire que $A^{-1} = \frac{1}{4}M$.

2) Soit le système (S) : $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y + z = -1 \\ -x + z = 4 \end{cases}$

a/ Donner l'écriture matricielle du système (S) .

b/ Résoudre alors le système (S).

Exercice n°: 3 (6 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 3x - 2 & si\ \ x \in]-\infty\,;1] \\ \sqrt{x^2+3} - x & si\ \ x \in]1\,;+\infty[\end{cases}$

1) Calculer $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)\ \ et \lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$.

2) f est -elle continue en 1 ?

3) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

4) Montrer que pour $x \in]1\,;+\infty[$ on a : $\sqrt{x^2+3} - x = \frac{3}{\sqrt{x^2+3}+x}$ .Puis déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

5) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \frac{1}{x^2+1}$.

a/ Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} foh(x)$.

b/ Calculer $hof(1)$.

6) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $]0\,;1[$.

Exercice n°: 4 (2 pts)

Indiquer la réponse exacte :

1) Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, alors le déterminant de M est égale à :

a/ **5** b/ **-5** c/ **7**

2) Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ alors la matrice inverse de M est :

a/ $\boldsymbol{M^{-1}} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ b/ $\boldsymbol{M^{-1}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ c/ $\boldsymbol{M^{-1}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

3) On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ et $C = A \times B$ alors :

a/ $\boldsymbol{c_{11} = 12}$ b/ $\boldsymbol{c_{11} = 4}$ c/ $\boldsymbol{c_{11} = 8}$