

<b>Direction régionale de l'éducation : Tunis 1</b>	<b>Série</b> <b>Thème : Etude de Fonctions</b>	<b>Année scolaire</b> <b>2018/2019</b>
<b>Lycée : El Montazeh El Mourouj 2</b>	<b>Mr : Gary Badreddine</b>	<b>Classe : 4<sup>ème</sup> Sc-Exp</b>

### Exercice 1 :

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}_+$  par :  $f(x) = x - \frac{1}{x\sqrt{x+1}}$ .

1. Étudier la dérivabilité de  $f$  à droite en 0.
2. Écrire une équation de la tangente  $T$  à  $(C_f)$  au point  $A$  d'abscisse 0.
3. Étudier la position relative de  $(C_f)$  par rapport à  $T$ .
4. a. Montrer que  $(C_f)$  admet une asymptote oblique  $D$  que l'on précisera.  
b. Étudier la position de  $(C_f)$  par rapport à  $D$ .
5. a. Étudier les variations de  $f$ .  
b. Tracer  $(C_f)$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
6. a. Montrer que  $f$  est une bijection de  $\mathbb{R}_+$  sur un intervalle  $J$  que l'on précisera.  
b. Tracer  $(C_{f^{-1}})$  dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .  
c. Montrer que  $f^{-1}$  est dérivable en  $(-1)$  et calculer  $(f^{-1})'(-1)$ .

### Exercice 2 :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$  et  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. a. Montrer que  $f$  est impaire.  
b. Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
2. a. Montrer que  $f$  est une bijection de  $\mathbb{R}$  sur  $\mathbb{R}$ .  
b. Expliciter  $f^{-1}(x)$  pour  $x \in \mathbb{R}$ .
3. a. Écrire l'équation de la tangente  $T$  à  $(C_f)$  au point 0.  
b. Étudier la position de  $(C_f)$  par rapport à  $T$ .  
c. Montrer que  $T$  est aussi une tangente à  $(C_{f^{-1}})$  la courbe de  $(f^{-1})$  et préciser la position relative de  $(C_{f^{-1}})$  par rapport à  $T$ .