Exercice 1: (4,5 points)

On a prélevé pour chacun des dix élèves d'un groupe d'une même classe de troisième technique ses moyennes en mathématiques X et Y au 2ième et au 3ième trimestre d'une même année scolaire.

Numéro de l'élève	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Moyenne en maths au 2ième trimestre x_i	3,5	9,5	1	7,5	5	8,5	15,5	13,5	13	17,5
Moyenne en maths au 3ième trimestre y_i	7,5	9,5	6,5	12	5,5	13,5	14	15	15,5	19

1. a) Calculer la moyenne $\overline{X}$ et l'écart type $\sigma(X)$ de la variable X.
   b) Calculer la moyenne $\overline{Y}$ et l'écart type $\sigma(Y)$ de la variable Y.
   c) Laquelle des deux variables X et Y ?

2. Représenter ,dans un repère orthogonal, le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$ où $i \in \{1,2,...,10\}$ de cette série.
3. On partage le nuage de points précédents en deux sous nuages A et B d'effectif égal suivant les numéros croissants des élèves.
   a) Déterminer les corrdonnées du point moyen G_1 du sous groupe A et les coordonnées du point moyen G_2 du sous groupe B. Puis tracer la droite (G_1G_2).
   b) Montrer qu'une équation de la droite (G_1G_2) est $y = 0,87.x + 3,6$ Détreminer une équation
4. En supposant que les résultats obtenus sont valables pour ous les élèves de cette classe, donner une estimation de la moyenne au 3ième trimestre d'un élève ayant une moyenne de 10 au 2ième trimestre.

Exercice 2: (4,5 points)

Une urne contient cinq boules blanches numérotées 0,0,1,1,2 et trois boules noires numérotées 0,1,2. On suppose que toutes les boules sont indiscernables au toucher.

1. On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne.

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « avoir trois boules de même couleur »,

B : « avoir trois boules qui portent trois numéros différents »

C : « avoir trois boules de même couleur et portant trois numéros différents »

D : « avoir trois boules de même couleur ou portant trois numéros différents »

2. On tire maintenant successivement et sans remise trois boules de l'urne.

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

E : « avoir trois boules dont le produit des numéros est nul »

F : « avoir une seule boule noire parmi les trois boules tirées »

3. On tire maintenant trois boules successivement et avec remise.

Calculer la probabilité de l'évènement

G : « avoir trois boules portant trois numéros différents ».

<u>Exercice 3 :</u> (5,5 points)

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = \frac{1}{2}$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{5}$.

1. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel , $u_n > \frac{2}{5}$.
2. Etudier le sens de varaition de la suite (u_n).
3. Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n - \frac{2}{5}$.
   a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.
   b) Préciser la limite de chacune des suites (v_n) et (u_n).
4. Ecrire v_n puis u_n en fonction de n.
5. On pose, pour tout entier naturel n non nul , $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} u_k$.
   a) Montrer que $S_n = \frac{2}{5}n + \frac{1}{5} - \frac{1}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

b) Calculer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{S_n}{n}$.

Exercice 4 : ***(5,5 points)***

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$. On considère les points $A(1,1,0)$, $B(-1,2,1)$, $C(0,1,1)$ et D(-1, -1, 1).

1. a) Déterminer les composantes du vecteur $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$.

   b) En déduire que les points A, B et C déterminent un plan (P) dont une équation est $x + y + z - 2 = 0$.

   c) Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

2. Soit (Δ) la droite passant par D et perpendiculaire au plan (P).

   a) Ecrire une représentation paramétrique de la droite (Δ).

   b) Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal du point D sur (P).

3. Soit Q le plan d'équation $x + y - 2z + 4 = 0$.

   a) Montrer que les plans (P) et (Q) sont perpendiculaires.

   b) Soit $\Delta' = P \cap Q$, déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ').

4. Soit un point M de coordonnées $(\alpha, -\alpha, 2)$, où α est un réel non nul.

   a) Déterminer les composantes du vecteur $\vec{AM} \wedge \vec{AC}$

   b) Déterminer α pour que les triangle MAC et ABC aient la même aire.