***Exercice 1 : (6 points)***

On considère la suite $(u_n)$ définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{u_n} \end{cases}$ , $n \in \mathbb{N}$.

1. Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n > 1$.
2. On considère la suite $(v_n)$ la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = 3 + \dfrac{1}{u_n - 1}$.

   a) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $v_{n+1} = 3 + \dfrac{u_n}{u_n - 1}$.

   b) Montrer que la suite $(v_n)$ est arithmétique de raison 1.

   c) Préciser $v_0$ puis exprimer $v_n$ en fonction de n.

   d) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = \dfrac{n+2}{n+1}$ et calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

***Exercice 2 : (7 points)***

On considère la suite $(u_n)$ définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{4}u_n - \dfrac{3}{4} \end{cases}$ , $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer $u_1$ et $u_2$ puis montrer que la suite n'est ni arithmétique, ni géométrique.
2. a) Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n \geq -1$.

   b) Montrer que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = -\dfrac{3}{4}(u_n + 1)$.

   c) Vérifier alors que, la suite $(u_n)$ est décroissante.

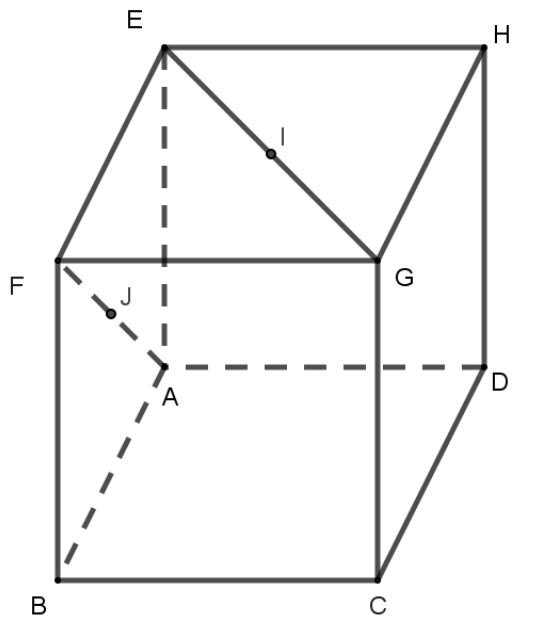
3. Soit la suite $(v_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n + 1$.

   a) Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{4}$.

   b) Quelle est alors la limite de la suite $(v_n)$ puis en déduire la limite de la suite $(u_n)$.

***Exercice 3 : (7 points)***

Dans la figure ci-dessous, ABCDEFGH est un cube d'arête 1. Les points I et J sont les milieux respectifs des segments [EG] et [AF].




On munit l'espace du repère orthonormé $\left(A, \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE}\right)$.

1. Déterminer les coordonnées des points H, I et J.
2. Montrer que les vecteurs $\vec{AH}$ et $\vec{IJ}$ sont colinéaires.
3. Soit K Le centre de gravité du triangle BCE.
   a) Donner les coordonnées de K.
   b) Les points E, I, J et K sont coplanaires ?
4. a) Ecrire une représentation paramétrique de la droite (DF).
   b) K appartient-il à (DF) ?
   c) Les droites (DF) et (EK) sont-elles coplanaires ?