| LYCEE SLIMEN BEN SLIMEN ZAGHOUAN | Classe 4 ieme sc-exp |
|---|---|
| 🕮 DEVOIR DE SYNTHESE N°2 🕮<br>6/2/ 2009 | Mr :TAHRI MAJED<br>**DUREE : 3H** |

## EXERCICE 1( 3points)

Chacune des quatre questions suivantes admet une seule réponse excate. donner le numéro et la lettre correspondant à la réponse qui vous semble exacte.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1** | L'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que : $x^2+y^2+z^2-2x+4z+5=0$ est : | un point | a |
| | | vide | b |
| | | une sphère | c |
| **2** | L'inéquation ln(x+3) $\leq$ ln6 pour ensemble de solutions : | $]-\infty,3]$ | a |
| | | ]0, 3] | b |
| | | $[3,+\infty[$ | c |
| **3** | Soit la fonction $f : x \mapsto x-1+\frac{\ln(x)+x}{x}$ ; La courbe de $f$ admet, au voisinage de $+\infty$, comme asymptote, la droite d'équation : | $y=x-1$ | a |
| | | $y=2x-1$ | b |
| | | $y=x$ | c |
| **4** | Soit ABCDEFGH un cube d'arrête 1, alors $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=$ | $\overrightarrow{AE}$ | a |
| | | $\frac{\sqrt{2}}{2}\overrightarrow{AE}$ | b |
| | | $\sqrt{2}\overrightarrow{CG}$ | c |

## EXERCICE 3 (6points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On considère les points A(1,-1,2) , B(-1,1,-2) et C(0,-1,1) .

1) a- Déterminer le vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

b-Calculer le volume du tétraèdre OABC.

2) Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) .

3) Soit P le plan passant par A et perpendiculaire à (AB) et Q le plan d'équation
Q : $x - y + 2z + 6 = 0$ .

b- Vérifier que le plan Q contient B et est parallèle à P .

4) On considère la sphère S tangente en B à Q et dont l'intersection avec P est le cercle de centre A et de rayon $2\sqrt{3}$ . On désigne par I (a,b,c) le centre de S .

a- Montrer que I appartient à la droite (AB) .

b-En déduire que $b = -a$ et $c = 2a$ .

c- Montrer que $IB^2 - IA^2 = 12$ et en déduire que : $a - b + 2c = 3$ .

d- Déduire que $I\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1\right)$ et donner une équation cartésienne de la sphère S .

**EXERCICE 4 (8points)**

**A/** On considère la fonction g définie par $g(x) = x^2 - 2\ln(x)$ ; $x \in ]0,+\infty[$

1) Etudier les variation de g et préciser ses limites aux bornes .

2) a- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha$ .

b- Vérifier que $1{,}3 < \alpha < 1{,}4$ .

3) Déduire le signe de g(x) sur $]0,+\infty[$.

**B/** On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = x + \frac{1}{x} - \frac{\ln(x)}{x}$. On désigne par ( C ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ . (unité 1cm)

1) a- Montrer que pour tout $x > 0$ , $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

b- Dresser le tableau de variation de f

2) a- Montrer que : $\ln(\alpha) = 2 - \alpha^2$ et puis que $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 - 1}{\alpha}$ , ($\alpha$ désigne le réel défini dans A/2 )

b- Donner un encadrement de $f(\alpha)$

3) a- Montrer que la droite D : $y = x$ est une asymptote à ( C )

b- Etudier la position de ( C ) par rapport à D

4) Tracer ( D) et ( C ) . ( on prendra $\alpha = 1.35$ et $f(\alpha)$ 1.87)

**C/** 1) Déterminer la primitive F de f telle que F (1) = 0

2) Etudier les variation de F et dresser son tableau de variation

3) Etudier le signe de F(x) pour $x \in ]0,+\infty[$ .

4)Calculer l'aire de la partie D du plan limitée par (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.