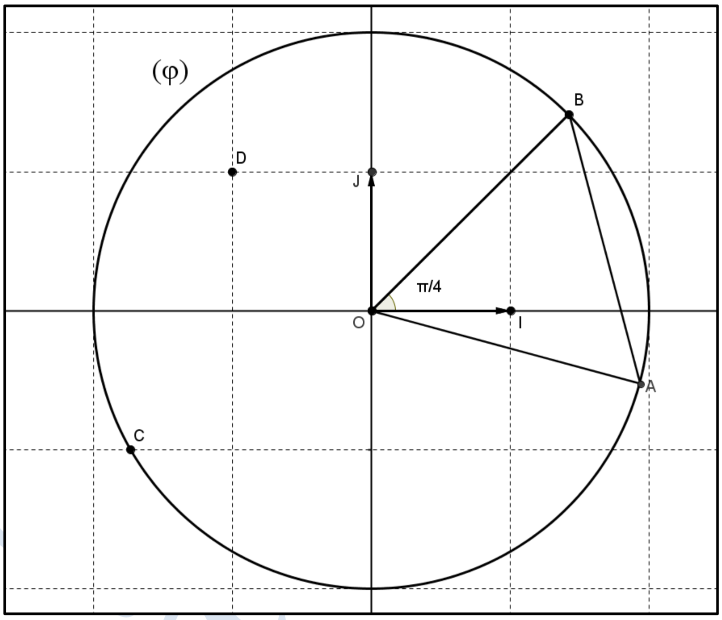
Veuillez présenter une copie propre et des réponses bien rédigées.

Exercice n°1................(5 pts)

Dans la figure ci-contre :



- *(φ) est le cercle de centre O et de rayon 2 et il passe par les points A,B et C.*
- *Le repère* $\left(O,\vec{OI},\vec{OJ}\right)$ *est orthonormé direct.*
- *Le triangle OAB est équilatéral.*

A) *Répondre par* ***vrai*** *ou* ***faux*** *aux assertions suivantes sans justification :*

1. *Un argument de* z_D *est* $\frac{3\pi}{4}$.
2. *La forme exponentielle de* z_C *est* $e^{-i\frac{5\pi}{6}}$.
3. *Le point d'affixe* $-5\overline{z_B}$ *est sur la demi-droite* $[OD)$.

B) *Choisir* ***la*** *réponse exacte pour chaque énoncé :*

1. *La forme exponentielle de* z_A *est :*

   a) $2e^{-i\frac{\pi}{6}}$. **b)** $2e^{-i\frac{\pi}{8}}$. **c)** $2e^{-i\frac{\pi}{12}}$.

2. *L'affixe du milieu H de* $[AB]$ *est :*

   a) $\frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{8}}$. **b)** $\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{12}}$. **c)** $\frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$.

Exercice n°2................(6 pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.*On donne les points* $A(-1)$, $B(-2)$ *et* $C(i)$.

A tout point M d'affixe $z \neq -i$ *,on associe le point M' dont l'affixe est* $z' = \frac{i(z+2)}{z+1}$.

1. *Déterminer l'affixe* **c'** *du point C' associé au point C.*
2. *Déterminer et construire les ensembles suivants :*

   $E = \{M(z) \text{ tels que } z' \text{ est réel}\}$; $F = \{M(z) \text{ tels que } z' \text{ est imaginaire}\}$ et $G = \{M(z) \text{ tels que } |z'| = 1\}$

3. **a)** *Montrer que* $z' - i = \frac{i}{z+1}$.

   b) *En déduire que* $CM'.AM = 1$ *et que* $\left(\widehat{\vec{u}, \vec{CM'}}\right) + \left(\widehat{\vec{u}, \vec{AM}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ $(M \neq B)$

c) *Déterminer l'ensemble* (Γ) *du plan sur lequel varie le point M' lorsque M varie sur le cercle* $(\mathscr{C})$ *de centre A et de rayon* 1.

Exercice n°3**................(4 pts)**

On considère la fonction f *définie sur* $[-1,+\infty[$ *par:* $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ *si* $x\neq 0$ *et* $f(0)=\dfrac{1}{2}$.

On désigne par $(\mathscr{C})$ *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. *Montrer que f est continue en* 0 *et justifier la continuité de f sur* $[-1,+\infty[$.
2. **a)** *Montrer que* $\forall x\in[-1,+\infty[;\ \ f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x}+1}$.

   b) *Etudier la dérivabilité de f en* 0. *Interpréter graphiquement le résultat.*
3. *Montrer que f n'est dérivable à droite en -1 et interpréter graphiquement le résultat.*
4. *Préciser la nature de la branche infinie de* $(\mathscr{C})$ *au voisinage de* $+\infty$.

Exercice n°4**................(5 pts)**

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=\begin{cases}2x^3+x+2 & si\ x\leq 0\\ 2+\dfrac{1-\cos 2x}{x} & si\ x>0\end{cases}$.

On désigne par $(\mathscr{C})$ *la courbe représentative de f dans un repère orthonormé* $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. *Montrer que f est continue en* 0.
2. *Montrer que f est dérivable à droite en* 0 *et donner une équation de sa demi-tangente au point A*(0,2).
3. **a)** *Etudier la branche infinie de* $(\mathscr{C})$ *au voisinage de* $-\infty$.

   b) *Montrer que* $\forall\ x\in\,]0,+\infty[\ ;\ 2\leq f(x)\leq 2+\dfrac{2}{x}$.

   c) *En déduire* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et interpréter graphiquement le résultat.*
4. *Montrer que l'équation* $f(x)=0$ *admet dans l'intervalle* $]-0{,}9\,;-0{,}7[$ *une unique solution α.*