Année Scolaire 2020/2021 Lycée Imam Moslem Menzah	# Devoir De Contrôle N°1# Durée : 2 heures	Mr KHEMIRI Fawzi Classe: 3 Sc 1

Exercice 1 (3 pts)

Les réponses seront présentées sans aucune justification.

A) QCM

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}{x}$.

1) L'ensemble de définition de f est :

a) $\mathbb{R}^*$. **b)** $]-1,1[\setminus\{0\}$. **c)** $[-1,1]\setminus\{0\}$.

2) La fonction f :

a) est paire. **b)** est impaire. **c)** n'est ni paire ni impaire.

B) Vrai ou Faux

Soit $[AB]$ un segment de longueur 4 cm et de milieu I.

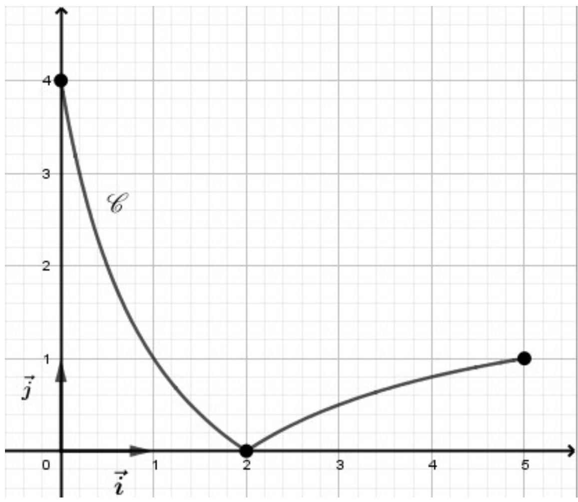
1) Pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=MI^2-4$.

2) L'ensemble des points M du plan tels que $AM^2=\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}$ est le cercle de diamètre $[AB]$.

3) L'ensemble des points M du plan tels que $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right).\overrightarrow{AB}=0$ est la médiatrice du segment $[AB]$.

Exercice 2 (4 pts)

Soit f une fonction dont la courbe est représentée ci-contre.



1) a) Déterminer l'ensemble D de définition de f.

b) Déterminer les antécédents de 1 par f.

2) Déterminer le minimum et le maximum de f sur D en précisant les réels en lesquels ils sont atteints.

3) a) Décrire les variations de f.

b) Soient $n\in\mathbb{N}^*$, $a=2-\dfrac{1}{n}$ et $b=2-\dfrac{1}{n+1}$.

Justifier que $f(a)>f(b)$.

4) a) Déterminer, en expliquant, l'ensemble de définition D' de la fonction $g:x\mapsto\dfrac{1}{\sqrt{f(x)-1}}$.

b) Montrer que $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ est le minimum de g sur D'.

Exercice 3 (5 pts)

On considère la fonction f définie par $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$.

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que l'ensemble définition de f est $D = [-2,2]$.

2) Montrer que f est impaire. Que signifie ce résultat graphiquement ?

3) a) Montrer que pour tout $x \in D$, on a : $4-(f(x))^2 = (x^2-2)^2$.

b) En déduire que f est bornée sur D.

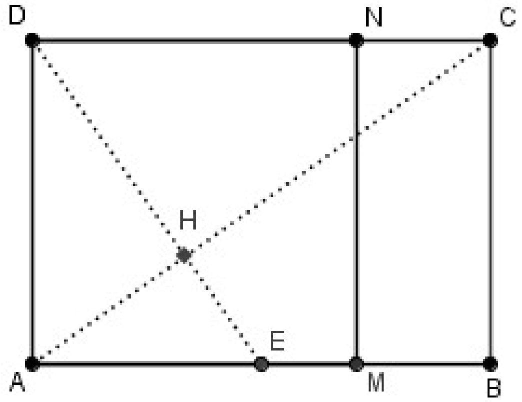
c) Calculer $f(\sqrt{2})$ et en déduire le maximum de f sur D.

d) Montrer que $f(-\sqrt{2})$ est le minimum de f sur D.

Exercice 4 (8 pts)

On donne ci-contre, un carré $AMND$ de côté 4 cm et un rectangle $ABCD$ tel que $AB = AN$.

Le point E est le milieu du segment $[AB]$.



1) a) Calculer AB et en déduire que $AC = 4\sqrt{3}$.

b) Montrer que $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{AC} = -16$ et $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AC} = 16$.

c) Montrer que les droites (DE) et (AC) sont perpendiculaires.

d) Montrer que $AH = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

2) On considère le repère $\mathcal{R} = (A,\vec{i},\vec{j})$ tel que $\vec{i} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AM}$ et $\vec{j} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

a) Déterminer les composantes de chacun des vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{AC}$ et retrouver le résultat de **1) c)**.

b) Justifier que $\widehat{ABN} = \dfrac{3\pi}{8}$ et montrer que $NB = 4\sqrt{4-2\sqrt{2}}$.

b) Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BN}$ et en déduire que $\cos\left(\dfrac{3\pi}{8}\right) = \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.

3) a) Montrer que, pour tout point K du plan, on a : $\overrightarrow{KA}.\overrightarrow{KB} = KE^2 - 8$.

b) En déduire l'ensemble $\mathscr{C}$ des points K du plan tels que $\overrightarrow{KA}.\overrightarrow{KB} = 16$.