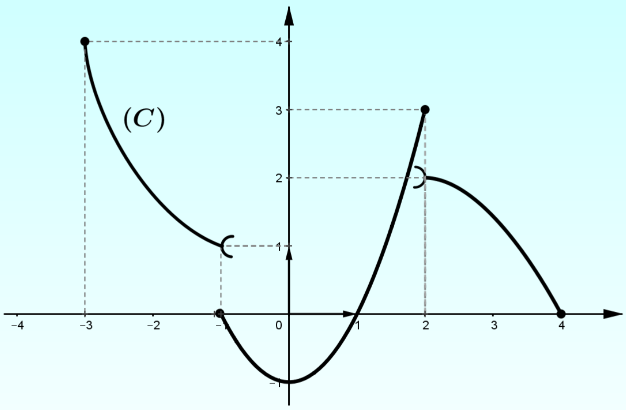
Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3 .

La page 3/3 est à rendre avec la copie .

Exercice 1 : (4 points)

Dans la figure ci-contre, (C) est la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé $(\mathbf{O}, \overrightarrow{\mathbf{i}}, \overrightarrow{\mathbf{j}})$.



1 Déterminer graphiquement :

(a) l'ensemble de définition $\mathscr{D}_f$ de f ainsi $\mathscr{D}_C$ son ensemble de continuité.

(b) $f(-1)$; $\lim\limits_{x \to (-1)^-} f(x)$; $f(2)$ et $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$

(c) $f([-3, -1[)$ et $f([-1, 2])$

2 Soit g la restriction de f à l'intervalle [0,4] et on pose $h(x) = \dfrac{1}{\sqrt{g(x)}}$. Déterminer l'ensemble de définition de **h**.

Exercice 2 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur [-1,1] par : $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

1 Montrer que f est continue sur [-1,1] .

2 Justifier que f est une fonction impaire.

3 (a) Prouver que pour tout $x \in [-1, 1]$, on a : $[f(x)]^2 - \dfrac{1}{4} = -\left(x^2 - \dfrac{1}{2}\right)^2$.

(b) Déduire que f est bornée sur [-1,1] .

(c) Calculer $f\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ puis justifier que le réel $\dfrac{1}{2}$ est un maximum de f sur $[-1, 1]$.

4 Dans l'annexe ci-jointe (Figure 2) , on a représenté la courbe de la restriction de f à l'intervalle [0,1] Compléter la courbe de f.

Exercice 3 : (5 points)

Soit g la fonction définie par : $g(x) = \sqrt{x-3} - \dfrac{1}{x-2}$

1
- (a) Justifier que l'ensemble de définition de g est $\mathscr{D}_g = [3, +\infty[$.
- (b) Etudier la continuité de g sur $[3, +\infty[$.
- (c) Prouver que g est strictement croissante sur $[3, +\infty[$.

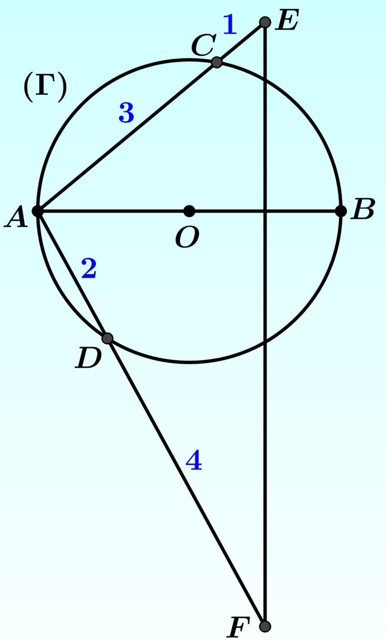
2
- (a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution β dans $]3, 4[$.
- (b) Etudier le signe de g sur $[3, +\infty[$.
- (c) Vérifier que $\beta = \dfrac{1 + 2\sqrt{\beta - 3}}{\sqrt{\beta - 3}}$

Exercice 4 : (6 points)

Dans la figure ci-contre :

✓ (Γ) est le cercle de centre O et de diamètre $[AB]$.

✓ $AB = 4, AC = 3, AD = 2, CE = 1$ et $DF = 4$.



1
- (a) Justifier que : $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} = 12$ et calculer $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF}$.
- (b) Montrer que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AF}$ et déduire que les droites (AB) et (EF) sont perpendiculaires.

2 Soit $\Delta = \{M \in P / \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} = 9\}$.
- (a) Vérifier que $C \in \Delta$.
- (b) Montrer que Δ est une droite que l'on précisera.

3 Soit l'ensemble $\mathscr{C} = \left\{M \in P / MA^2 + MB^2 = 64\right\}$
- (a) Montrer que pour tout point M du plan, on a :

  $MA^2 + MB^2 = 2MO^2 + \dfrac{AB^2}{2}$
- (b) En déduire l'ensemble $\mathscr{C}$.

G. Jamel Eddine
Mathématiques
3ème sc. expér.

BON TRAVAIL

Section : . . . . N° d'inscription : . . . . Série : . . . .
Nom et Prénom : . . . .
Date et lieu de naissance : . . . .

Signatures des surveillants
. . . .
. . . .

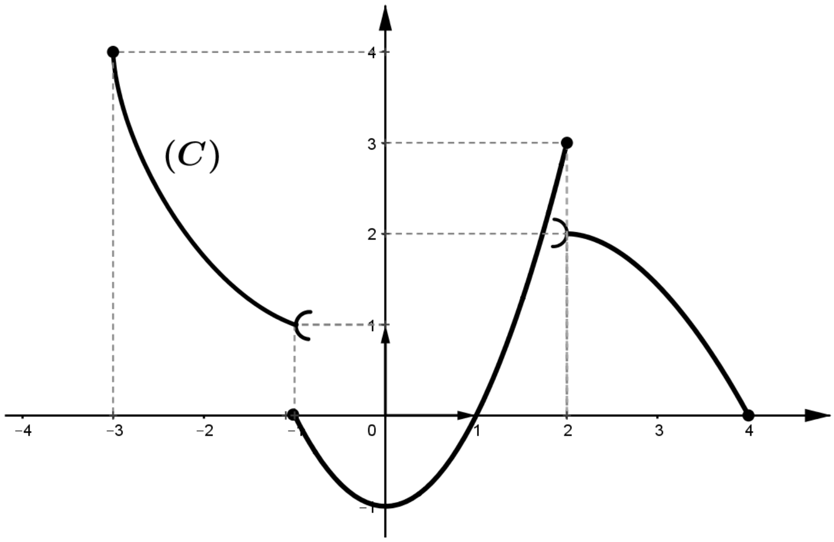
Epreuve : Mathématiques

Section : troisième année

Annexe à rendre avec la copie

Exercice n° 1 :

Figure1 :



Exercice n° 2 :

Figure2 :