Lycée de Tabarka	**Série N°2**	3 Maths
Prof : Mersani Imed	Limites et comportements asymptotiques	2020/2021

Exercice 1 :

Calculer, dans chacun des cas ci-dessous, la limite de de la fonction f en $+\infty$ et en $-\infty$.

1. $f : x \longmapsto \dfrac{x-x^3}{2x^4+x^2}$
2. $f : x \longmapsto \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$
3. $f : x \longmapsto \dfrac{|x|(2-x)}{1-|x|}$.
4. $f : x \longmapsto \dfrac{x^2}{x-1} - x$
5. $f : x \longmapsto x^2 - \sqrt{|x|}$.
6. $f : x \longmapsto 5x + 3\sqrt{x^2-1}$
7. $f : x \longmapsto 3x + 3\sqrt{x^2-1}$.
8. $f : x \longmapsto \sqrt{4x^2-x+2} - 2x$
9. $f : x \longmapsto \sqrt{2x^2+x} - x$

Exercice 2 :

Les questions de cet exercice sont indépendantes

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2-2x-3}{|x+1|}$. On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
   a. Déterminer $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)$. Interpréter grahiquement.
   b. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
2. Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2-2x-3}{x^2-7x+12}$. Déterminer $\lim\limits_{x\to3} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
3. Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x-3}{\sqrt{x-2}-1}$. Déterminer $\lim\limits_{x\to3} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
4. Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$. Déterminer $\lim\limits_{x\to0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
5. Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{x+6}}{x-3}$. Déterminer $\lim\limits_{x\to3} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

Exercice 3 :

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2+2x-3}$. On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonirmé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
   a. Déterminer l'ensemble de définition de f.
   b. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement.
   c. Déterminer $\lim\limits_{x\to3^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to3^-} f(x)$. Interpréter graphiquement.
   d. Montrer que la fonction f est prologeable par continuité en 1.
2. Soit la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{4x^2+2x-6}$.

a Déterminer l'ensemble de définition de g.

b Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} (g(x)-2x)$. Interpréter graphiquement.

c Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{g(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} (g(x)+2x)$. Interpréter graphiquement.

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ par $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-|x|}{x^2+x-2} & \text{si } x<1 \\ \dfrac{\sqrt{3x-2}-2}{3x-6} & \text{si } 1\leqslant x<2 \\ \sqrt{x^2-2x}+mx & \text{si } x\geqslant 2 \end{cases}$, où m est un paramètre réel.

On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

1 **a** Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)$.

b Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

2 **a** Montrer que f est continue en 1.

b Déterminer m pour que f soit continue en 2.

3 Pour $m=-1$, montrer que $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$ dont on donnera une équation.

Exercice 5 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{9x^2+7x+3}+mx & \text{si } x\leqslant -2 \\ \dfrac{4(\sqrt{2-x}-2)}{1-|x+1|} & \text{si } -2<x\leqslant 1 \\ \dfrac{(x-1)^3}{x^2+3x-4} & \text{si } x>1 \end{cases}$, où m est un paramètre réel.

On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

1 Déterminer l'ensemble de définition de f.

2 Étudier la continuité de f en 1.

3 **a** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b Montrer que la droite $\Delta : y=x-6$ est une asymptote oblique à $\mathscr{C}_f$ au vosinage de $+\infty$.

4 Étudier $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. Interpréter graphiquement.

5 Déterminer m pour que f soit continue en -2.

6 Pour $m=3$, montrer que $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote horizontale au voisinage de $-\infty$ dont on donnera une équation.