

EXERCICE 1

Sur la figure ci-contre est tracé la courbe représentative notée (ζ_f) dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'une fonction f définie sur \mathbb{R}^* .

On sait que :

- La droite Δ d'équation $y = x - 4$ est une asymptote à la courbe (ζ_f) en $+\infty$.
- Δ - La droite d'équation $x = 0$ est une asymptote à la courbe (ζ_f) .

1) Déterminer : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

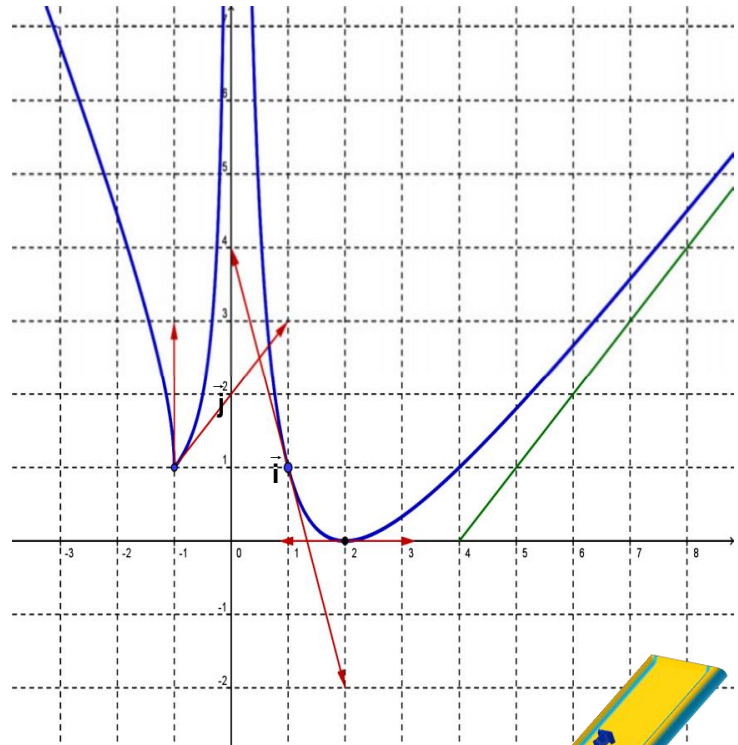
2) Déterminer : $f'(2)$; $f'(1)$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{f(x)-1}{x+1}$

$$\text{et } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{f(x)-1}{x+1}.$$

3) Dresser le tableau de variation de f .

4) a) Montrer que f réalise une bijection de $[-1, 0]$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Calculer $f^{-1}(1)$ et $(f^{-1})'(1)$



EXERCICE 2

Calculer les dérivées des fonctions suivantes

1/ $f(x) = x^2 + x - 4$; 2/ $5x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 5x + 9$; 3/ $f(x) = \frac{5x+2}{2x+3}$

4/ $f(x) = \frac{3x^2+5}{x-2}$; 5/ $f(x) = \frac{x^2-3x+4}{x-1}$ 6/ $f(x) = \sqrt{7-5x}$;

7/ $f(x) = \sqrt{x^2+1}$ 8/ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

EXERCICE 3

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$

1/ a) Déterminer l'ensemble de définition, de continuité et de dérivabilité de f .

b) Déterminer les réels a, b et c tel que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$.

c) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.

2) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau des variations de f .

EXERCICE 4

On considère la fonction f définie sur $[2, +\infty[$ par $f(x) = 1 + \sqrt{3x-6}$

ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1) Donner l'ensemble de définition, de continuité
- 2) Calculer $f'(x)$. Dresser le tableau de variation de f .
- 3) a) Montrer que f réalise une bijection de $[2, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
b) Dresser le tableau de variation de f^{-1}
c) Expliciter $f^{-1}(x)$

EXERCICE 5

1) Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Calculer le déterminant de A et en déduire que A est inversible.

b) Résoudre alors le système (S) suivant :
$$\begin{cases} x + y + z = -1 \\ x - y + z = 1 \\ 4x + 2y + z = 2 \end{cases}$$

2) Soit a, b et c des réels et F la fonction définie sur \mathbb{R} par $F(x) = (x^3 + ax^2 + bx + c)$.
On suppose que $F(1) = 0$, $F(-1) = 0$ et $F(2) = 10$.

- a) Montrer que a, b et c , si elles existent sont les solutions du système (S) :
$$\begin{cases} a + b + c = -1 \\ a - b + c = 1 \\ 4a + 2b + c = 2. \end{cases}$$
- b) Donner l'écriture matricielle de (S).
- c) En déduire l'expression de $F(x)$.
- d) Étudier la fonction F et dresser son tableau de variation.