REPUBLIQUE TUNISIENNE **MINESTERE DE L'EDUCATION** **LYCEE DE ZARZIS** Année scolaire : **2020 ∼2021**	**Devoir de contrôle N° 02**	
	Epreuve : **Mathématiques**	**Section :** **Sciences Exp.**
	Durée : 2	**coefficient de l'épreuve: 3**

EXERCICE 1 *(3 points)*

Une boite contient quatre sujets de Maths dont trois sont faciles et un difficile, et quatre sujets de physiques dont deux sont faciles et deux difficiles. Chaque sujet étant mis dans une enveloppe. Un condidat est invité à prendre au hasard simultanément deux enveloppes de la boite.

1. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants:

- A: ≪ obtenir un sujet facile de chaque matière ≫.
- B: ≪ obtenir deux sujets de même matière ≫.
- C: ≪obtenir un tirage comportant au moins l'un des sujets est facile ≫.

2. **a)** Sachant que les enveloppes tirées contiennent des sujets de mahts, quelle est la probabilité pour qu'ils soient faciles.

b) Justifier par un calcul la phrase :
≪ si les sujets sont faciles, il n'y a que **60%** de chance que le condidat choisie les deux matières ≫.

EXERCICE 2 *(5 points)*

On a prouvé qu'une des origines de la malaldie coronavirus était une chauve-sourie insectivore. On estime que **0,1 %** de la population chinoise est porteur du gène en cause. Lorsqu'un individu est porteur du gène, on estime à **0,8** la probabilité qu'il développe la maladie. Mais s'il n'est pas porteur du gène il y a tout de même une probablité **0,01** qu'il développe la maladie.
Lorsqu'un individu est choisie au hasard dans la population chinoise, on considère les événements suivants:

- G : ≪ le patient est porteur du gène ≫.
- D : ≪ le patient développe la maladie ≫.

1. **a)** En utilisant les données, dessiner un arbre de probabilité traduisant la situation.

b) Calculer la probabilité de l'événement : ≪ le patient est porteur de gène et il développe la maladie ≫.

c) Calculer la probabilité de l'événement : ≪ le patient n'est pas porteur du gène et il développe la maladie ≫.

2. **a)** Vérifier que $p(D) = 0,01079$.

b) Dans une population d'un million d'individus, estimer le nombre de développeurs de maladie.

c) Déterminer le pourcentage des porteurs du gène pour des individus non développeur de maladie.

3. On propose une vaccination gratuite contre cette maladie contagieuse. Les medecins assure qu'une personne non vaccinée a une chance sur deux d'attraper la maladie, alors qu'une personne vaccinée n'a que **2%** de chance de tomber malade. On choisie une personne au hasard, soit les événements :

- V : « la personne s'est fait vacciner ».
- M : « la personne tombe malade ».

a) Montrer que $p(M) = 0,5 - 0,48p(V)$.

b) Déterminer le pourcentage minimum des personnes à vacciner pour que moins de **10%** de la population tombe malade.

EXERCICE 3 *(5 points)*

Dans l'annexe ci-jointe **(Figure 1)**, on a représenté dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ la courbe $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur $]0,+\infty[$, (**1 unité = 2 cm**).
La courbe $\mathscr{C}$ admet :

✓ une branche parabolique de direction la droite $\Delta : y = x$ au voisinage de $+\infty$.

✓ une asymptote verticale d'équation $x = 0$.

✓ une tangente horizontale au point $A(1,1)$.

L'équation $f(x) = x$ admet exactement dans $]0,+\infty[$ deux solutions α et 1.

1. Par lecture graphique :

a) Déterminer $f(1)$ et $f'(1)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - x$.

c) Montrer que f réalise une bijection de $]0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

d) Tracer la courbe $\mathscr{C}'$ représentative de la fonction réciproque f^{-1} de f.

2. On admet que f est définie par $f(x) = x - \dfrac{1}{x} + 1 - 2\ln(x)$.

a) Montrer que $\ln(\alpha) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2\alpha}$.

b) Calculer les intégrales : $I = \displaystyle\int_\alpha^1 \left(1 - \frac{1}{x}\right)dx \quad J = \int_\alpha^1 \ln(x)dx$.

c) Soit $\mathscr{A}$ l'aire en cm^2 de la partie du plan limlitée par la courbe $\mathscr{C}$, la droite Δ et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 1$. Montrer que $\mathscr{A} = \left(10 - 8\alpha - \dfrac{2}{\alpha}\right)cm^2$.

d) En déduire l'aire $\mathscr{A}'$, en cm^2 de la partie du plan limitée par les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.

EXERCICE 4 *(7 points)*

Dans l'annexe ci-jointe **(Figure 2)**, $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ est un repère orthonormé du plan.

✓ $\mathscr{C}_1$ est la représentation graphique d'une fonction g définie sur $[0,+\infty[$ par :
$g(x) = \dfrac{x\ln(x) - x - 1}{(x+1)^2}$ et $g(0) = -1$.

✓ $\mathscr{C}_2$ est la représentation graphique d'une fonction h définie sur $]0,+\infty[$ par $h(x) = 1 + \dfrac{1}{x}$.

Le réel a est l'abscisse du point d'intersction de $\mathscr{C}_1$ avec l'axe des abscisses.

1. **a)** Par lecture graphique, donner le signe de g.

b) Montrer que $\ln(a) = 1 + \frac{1}{a}$.

2. On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = \frac{\ln(x)}{x+1} + 1$ et on note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.
Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$. Interpreter graphiquement le résultat.

3. **a)** Montrer que pour tout : $x > 0, f'(x) = -\frac{g(x)}{x}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

4. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

5. **a)** Montrer que $f(a) = h(a)$.

b) Construire alors le point de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'abscisse a.

c) Vérifier que pour tout $x > 0$, $f(x) - h(x) = \left(\frac{x+1}{x}\right)g(x)$.

d) En déduire la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à $\mathscr{C}_2$.

6. Tracer T et la courbe $\mathscr{C}_f$.

7. On désigne par $\mathscr{A}$ l'aire (en unité d'aire) de la partie du plan limitée par les courbes $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_1$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = a$.

a) Montrer, en utilisant une intégration par parties, que : $\int_1^a g(x)dx = -[xf(x)]_1^a + \int_1^a f(x)dx$.

b) En déduire que $\mathscr{A} = a$.

Annexe à rendre avec la copie

Nom : ..... Prénom :.....N° :.....

Exercice 03 :

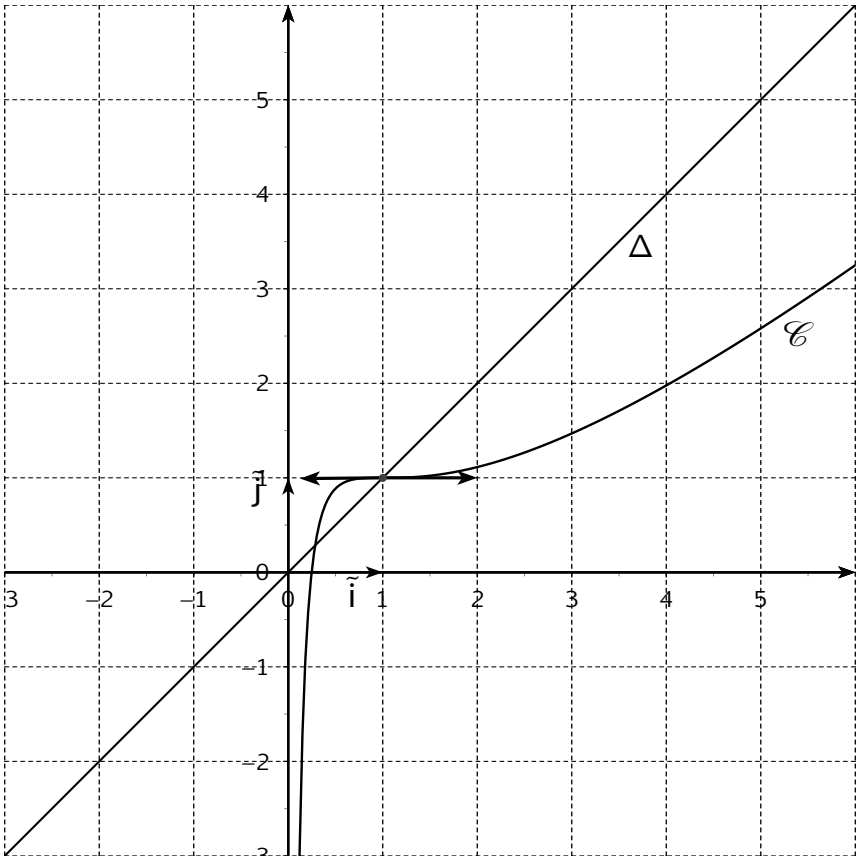

Figure 1

Exercice 04 :

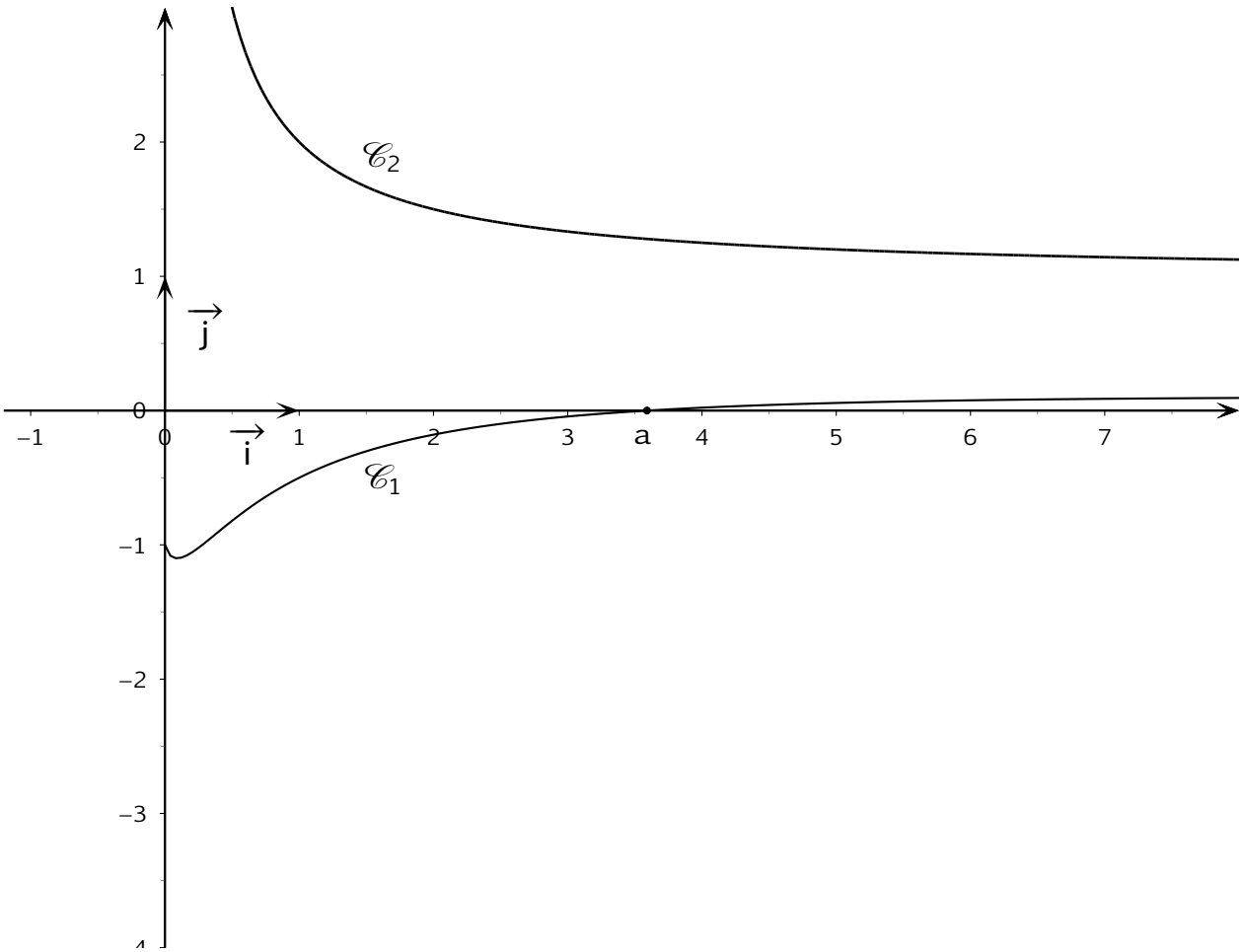

Figure 2