| $4^{ème}$ Eco & Ges | **Fonctions exponentielles** | *Prof : Zh Messai* |
|---|---|---|

## Exercice n°1

*On considère la fonction $g$ définie sur $\mathbf{R}$ par : $g(x)=1-(x+1)e^x$.*

*1)a) Dresser le tableau de variation de $g$.*

*b) Calculer $g(0)$, en déduire le signe de $g$.*

*2) Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x)=x\left(1-e^x\right)$.*

*On désigne par $(C)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.*

*a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$*

*b) Montrer que pour tout réel $x$ on a $f'(x)=g(x)$.*

*c) Dresser le tableau de variation de $f$.*

*3)a) Montrer que la droite $\Delta: y=x$ est une asymptote oblique à $(C)$ au voisinage de $+\infty$.*

*b) Préciser la position relative de $(C)$ par rapport à $\Delta$.*

*4) Montrer que $(C)$ admet un point d'inflexion $I$ dont on déterminera les coordonnées.*

*5) Construire $\Delta$ et $(C)$.*

## Exercice n°2

***I***] *On considère la fonction $g$ définie sur $\mathbf{R}$ par : $g(x)=2e^x-x-2$*

*1) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.*

*2) Etudier les variations de $g$ puis dresser son tableau de variation.*

*3)a) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet, sur $\mathbf{R}$, exactement deux solutions dont l'une est 0 et l'autre qu'on notera $\alpha$. Vérifier que $-1{,}6\le\alpha\le-1{,}5$.*

*b) Déterminer alors, suivant le réel $x$, le signe de $g(x)$.*

***II***] *Soit la fonction $f$ définie sur $\mathbf{R}$ par : $f(x)=e^{2x}-(1+x)e^x$.*

*On désigne par $(C)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.*[***unité graphique : 2cm***]

*1) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$*

*2) Montrer que pour tout réel $x$ on a $f'(x)$ prend le signe de $g(x)$ puis dresser le tableau de variation de $f$.*

*3) Montrer que $f(\alpha)=-\dfrac{\alpha^2+2\alpha}{4}$. En déduire que $0{,}16\le f(\alpha)\le 0{,}18$.*

*4)a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.*

*b) Tracer la courbe $(C)$.*

*4) Montrer que $(C)$ admet un point d'inflexion $I$ dont on déterminera les coordonnées.*

*5) Construire $\Delta$ et $(C)$.*

## Exercice n°3

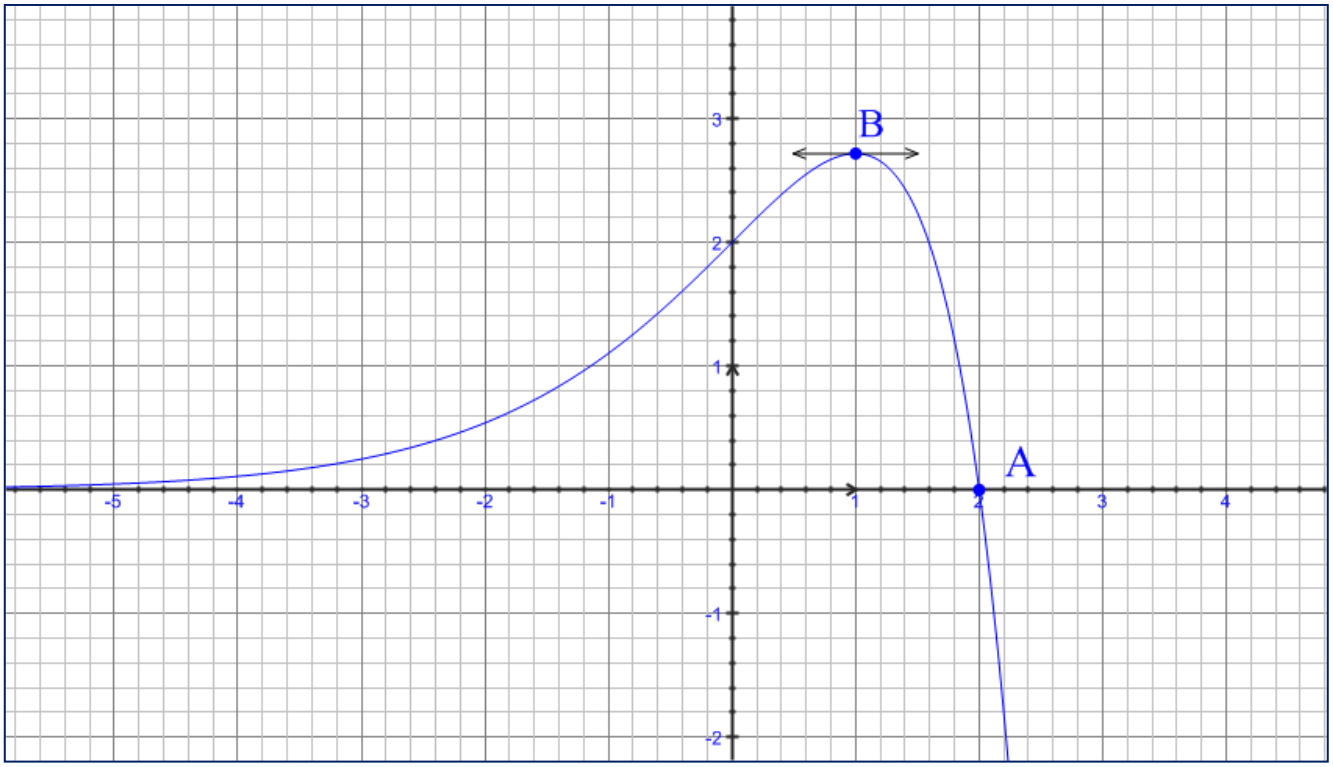
*Dans la figure ci – dessous on donne la courbe $(C)$ d'une fonction $f$ définie et dérivable sur IR.*

▷ *La courbe $(C)$ passe par les points $A(0;2)$ et $B(1;e)$.*

▷ *La courbe $(C)$ admet au point B une tangente horizontale.*

▷ *L'axe des abscisses est une asymptot à $(C)$ au voisinage de $-\infty$.*

▷ *La courbe $(C)$ admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction $(O,\vec{j})$.*




1) **Par lecture graphique**, *donner :*

*a)* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ .

*b)* $f(0)$ ; $f(1)$ et $f'(1)$.

2) *On admet que* $f(x)=(ax+b)e^x$

*Montrer que* $a=-1$ et $b=2$.

3) *a) Montrer que* $f'(x)=(1-x)e^x$

*b) Donner l'équation de la tangente T à $(C)$ au point A.*

4) *Soit S l'aire du domaine D limitée par la corbe $(C)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations* $x=0$ et $x=1$.

*a) Hachurer D.*

*b) Donner, par lecture graphique, un encadrement de S entre 2 entiers consécutifs.*

*c) Vérifier que* $F(x)=(3-x)e^x$ *est une primitive de $f$ sur IR.*

*d) Trouver alors la valeur exacte de S.*

## Exercice n°4

**I**] *On considère la fonction g définie sur* $[0;+\infty[$ *par :* $g(x)=e^x-x-1$.

1) *Dresser le tableau de variation de g.*

2) *Déterminer le signe de* $g(x)$ *suivant les valeurs de x.*

3) *En déduire que pour tout* $x\in[0;+\infty[$, $e^x-x\succ 0$.?

**II**] *Soit f la fonction définie sur* $[0;+\infty[$ *par* $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$.

*On désigne par* $(C)$ *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$.

*On admet f est strictement croissante sur* $[0;1]$.

1) *Montrer que* $(C)$ *admet une asymptote horizontale que l'on précisera.*

2) *Soit D la droite d'équation* $y=x$.

*a*) *Montrer que pour tout* $x\in[0;1]$, $f(x)-x=\dfrac{(1-x)g(x)}{e^x-x}$

*b*) *Etudier alors la position relative de* $(C)$ *par rapport à D sur l'intervalle* $[0;1]$.

3) ( )

## Exercice n°5

*Soit f la fonction définie sur* ***R*** *par* $f(x)=\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}$.

*On désigne par* $(C)$ *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) *a*) *Montrer que pour tout réel x on a* $f(x)=3-\dfrac{4}{e^x+1}$

*b*) *Calculer* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

*c*) *Interpréter graphiquement les résultats obtenus.*

2) *a*) *Montrer que pour tout* $x\in R$, $f'(x)=\dfrac{4e^x}{(e^x+1)^2}$

*b*) *Dresser le tableau de variations de f.*

3) *Ecrire une équation de la tangente T à la courbe* $(C)$ *au point d'abscisse 0.*

4) *Tracer T et* $(C)$.