République Tunisienne	*Examen du Baccalauréat blanc*
Ministère de l'éducation	*Epreuve : Mathématiques*
Professeur : Mr Neji Abdelkarim	*mai 2021 4sc Durée : 3h*

Exercice N°1 (4 pts)

Dans la figure de l'annexe ci-jointe **« figure 1 »** $(O,\vec{i},\vec{j})$ est un repère orthonormé du plan .

- (ζ_f) est la courbe représentative de la fonction $f(x)=(ax+b)e^{-x+1}$.
- L'axe des abscisses est une asymptote à (ζ_f) .
- A(1 ,2) est un point de (ζ_f) .
- (ζ_f) admet une tangente horizontale au point d'abscisse 0 .
- (ζ_f) admet une branche parabolique de direction $(O,\vec{j})$.

1) Déterminer graphiquement .
   a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x}$ $\lim\limits_{x\to 1^+} f\left(\frac{1}{x-1}\right)$.
   b) Vérifier que L'équation $f(x)=0$ admet une unique solution sur $]-\infty;0[$.
   c) La fonction f est elle une bijection sur IR . justifier votre réponse .
2) a) Calculer $f'(x)$, la dérive de la fonction f , en fonction de a et b .
   b) Sachant que , $f'(0)=0$ et $f(1)=2$. vérifier que $f(x)=(x+1)e^{-x+1}$.
3) Vérifier que l'aire du partie hachurée en unité d'aire est $\mathcal{A}=2e-3$.

Exercice N°2 (5 pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{u}\,;\,\vec{v})$.

On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2-(1+2i)az+(i-1)a^2=0$, ou a est un nombre complexe non nul .

1) Déterminer z_1 et z_2 , les deux racines de l'équation (E) .
2) a) Vérifier que $z_1\times z_2=a^2(i-1)$.
   b) Montrer que $z_1\times z_2$ est un nombre réel si , et seulement si $Arg(a)=\frac{-3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}$; où $k\in\mathbb{Z}$.
3) On suppose que $a=e^{i\theta}$.

Dans la figure de l'annexe , « figure 2 » . (ζ) est un cercle de centre O et de rayon $\sqrt{2}$.

A ,B, C sont les points d'affixes respectives $\alpha=\sqrt{2}a$; $\beta=ia$ et $\gamma=a(1+i)$.

a) Ecrire ; β et γ sous forme exponentielle .

b) Placer sur la figure 2 , les points B et C

c) Vérifier que $\frac{\beta-\gamma}{\beta}=i$.

d) Déduire que OBC est un triangle rectangle isocèle en B .

e) Montrer que la demi-droite $[OC)$ est une bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$.

Exercice N°3 (5 pts)

Pour réaliser une loterie , un organisateur dispose un sac contenant exactement deux boules vertes et trois boules noires .

Chaque participant doit payer 10 dinars avant de participer .

Un joueur doit tire deux boules :

- Si le joueur obtient deux boules de couleurs différentes , il a perdu .
- Si le joueur obtient deux boules noires , il est remboursé de sa participation .
- Si le joueur obtient deux boules vertes , il continue de participer au jeu , qui consiste à faire tourner une roue , où sont inscrits des gains repartis comme suit :
  - Sur 10% de la roue le gain est 50 dinars .
  - Sur 25 % de la roue le gain est 20 dinars .
  - Sur le reste le joueur est remboursé de sa participation 10 dinars .

On appelle V l'évènement « le joueur a obtenu deux boules vertes » .

On appelle N l'évènement « le joueur a obtenu deux boules noires » .

On appelle R l'évènement « le joueur est remboursé de sa participation et ne gagne rien » .

1) a) Calculer la probabilité d'obtenir deux boules vertes .
   b) Calculer la probabilité d'obtenir deux boules noires .
   c) Déterminer la probabilité pour le joueur , d'être remboursé sachant qu'il a obtenu deux boules vertes .
   d) Calculer la probabilité que le joueur d'être remboursé et ne gagne rien .

2) Sachant que le joueur avait été remboursé de sa participation . calculer la probabilité d'obtenir deux boules vertes .

3) On appelle X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur . c'est à-dire la différence entre les sommes éventuellement perçues , et la participation initiale .
   a) Donner la loi de probabilité de la variable X .
   b) Déterminer l'espérance mathématique , et la variance de la variable aléatoire X .

4) Un joueur se présente et décide de joueur 4 fois , quels que soient les résultats obtenus . Calculer la probabilité qu'il perd au moins une fois sa mise .

Exercice N°4 (6 pts)

1) Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = e^x - x$.
   a) Calculer $g'(x)$, la dérive de la fonction g .
   b) Dresser le tableau de variation de g .
   c) En déduire que pour tout x de IR $g(x) \geq 1$.
2) Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = (x+1)e^{-x} + (x-1)$ et (ζ_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé .
   a) Calculer la limite de $f(x)$ et $\frac{f(x)}{x}$ en $-\infty$. puis donner une interprétation graphiquement du résultat obtenu .
   b) Calculer la limite de $f(x)$ et $(f(x) - (x-1))$ en $+\infty$. puis donner une interprétation graphiquement du résultat obtenu .

3) a) Montrer que pour tout x de IR , $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$.

b) Dresser le tableau de variation de f . Calculer $f(0)$ et déduire le signe de $f(x)$.

c) Donner l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 0

d) Etudier la position de la courbe de f par rapport à $\Delta: y = x - 1$.

4) a) Montrer que pour tout x de IR $f''(x) = (x-1)e^{-x}$.

b) Montrer que (ζ_f) admet un point d'inflexion , dont on déterminera les coordonnées .

c) Tracer (ζ_f) , la courbe de f et la droite $\Delta: y = x - 1$ dans le même repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

5) Soit F la fonction définie sur IR par $F(x) = \int_0^x f(t)dt$.

a) Justifier l'existence de $F(x)$ sur IR .

b) Montrer que F est dérivable sur IR . dresser les sens de variations de $F(x)$.

6) a) En utilisant une intégration par parties . montrer que $\int_{-1}^{1}(x+1)e^{-x}dx = e - \frac{3}{e}$.

b) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe (ζ_f) , la droite Δ et les droites d'équations respectives $x = -1$ et $x = 1$.

Feuille à remettre

Nom et Prénom :……

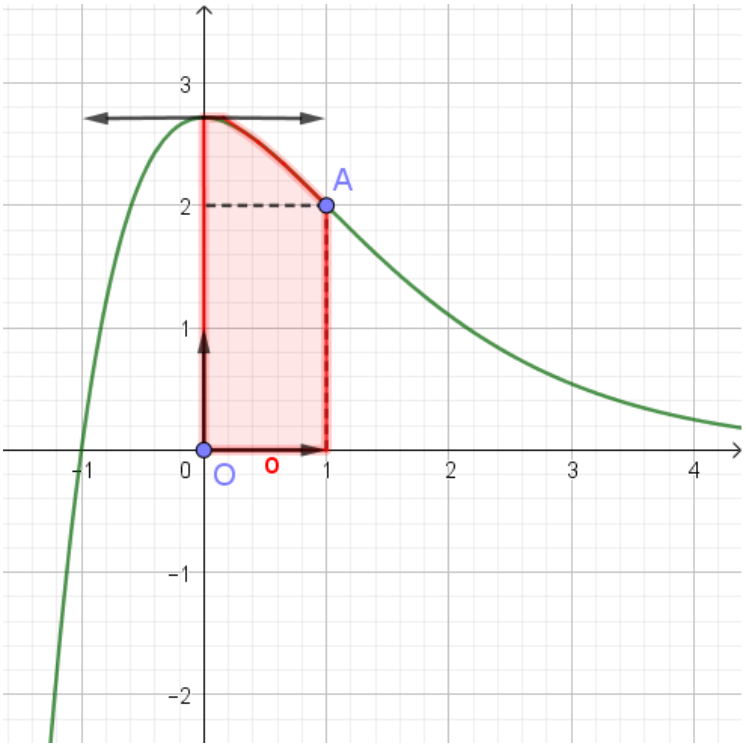

Figure 1

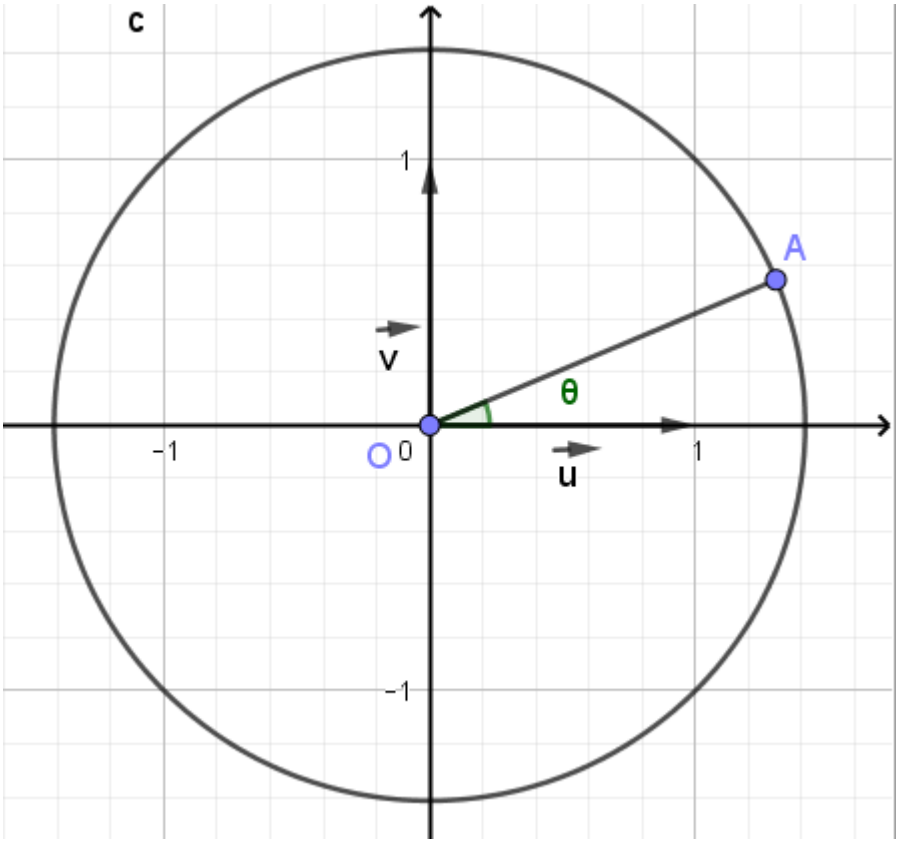

Figure 2